

1 Oszillatoren

Oszillatoren sind Schaltungen zum Erzeugen von Schwingungen mit definierter Amplitude und Frequenz. Für die Definition des Begriffs *Oszillator* spielt die Kurvenform eine untergeordnete Rolle.

Für die Schwingungserzeugung werden heute vier grundlegende Prinzipien verwendet:

- Relaxations-Oszillatoren (Gesteuerte Ladung und Entladung eines Kondensators)
- NIC-Oszillatoren (Entdämpfung eines Schwingkreises mit negativer Impedanz)
- Rückkopplungs-Oszillatoren
- Digitale Erzeugung der Kurvenform mit DAC

Herauszuheben sind Oszillatoren für Sinusschwingungen. Bei diesen Schaltungen werden vorausgesetzt:

- Frequenzkonstanz
- Amplitudenkonstanz
- Spektrale Reinheit
- Keine unerwünschten Oszillationsmodi

Soll ein Oszillator mehrere Frequenzen erzeugen können oder frequenzvariabel sein, wird dies mit geeigneten schaltungstechnischen Massnahmen erreicht. Dies kann durch Variation der frequenzbestimmenden Elemente im Oszillator erfolgen oder über eine Frequenzsynthese mit einer PLL-Schaltung (Phase Locked Loop). Frequenzvariable Oszillatoren, die ohne Frequenzsynthese arbeiten sind bezüglich Frequenzstabilität wegen den Einflüssen der Alterung, Temperatur, Speisespannung, etc. immer problematisch.

Soll eine Frequenz genau erzeugt werden, wird man sich meist für eine Schaltung mit Schwingquarz als frequenzbestimmendes Element entscheiden.

Ziel der nachfolgenden Betrachtungen ist die Vermittlung von Grundlagenwissen zur Schaltungstechnik und Dimensionierung der gängigen Oszillatorschaltungen für NF und HF.

1.1 Grundprinzipien

Die Erzeugung einer ungedämpften sinusförmigen Schwingung erfolgt im Regelfall mit einem Vierpol-Oszillator. Mit einer geeigneten Rückführung das Ausgangssignal eines Verstärker-Vierpols auf den Eingang geschaltet und so eine Schwingung angeregt. (Vgl. Kapitel zu Stabilität und Kriterien der Schwingfähigkeit.

Prinzipiell sind auch Zweipol-Oszillatorschaltungen möglich. Hierbei wird ein Schwingkreis mit einem negativen Widerstand soweit entdämpft, dass am Schwingkreis einmal angestossen – eine Schwingung mit konstanter Amplitude herrscht.

Nicht sinusförmige Schwingungen werden meist über RC-Schaltungen in Verbindung mit einem Verstärker und Funktionsnetzwerk erreicht.

Die Dimensionierung von Oszillatoren, dass die Amplitude, die Frequenz und das Anschlagverhalten präzise stimmen, ist kein einfaches Unterfangen. Nach [MAN02] möge die Bemerkung gelten:

“May your oscillators always oscillate, and your amplifiers always amplify.“

1.1.1 Zweipol-Oszillatoren

Hier bei wird mit Hilfe eines negativen Widerstandes ein Schwingkreis soweit entdämpft, dass wenn er einmal angestoßen, kontinuierlich schwingt. Der hierzu negative Widerstand kann auf verschiedene Arten realisiert werden, z.B. mit einem NIC (Negative Impedance Converter), einer Tunnel-, Gunn-, IMPATT-Diode oder einem Lichtbogen.

Schaltungen mit Tunnelnennen waren in den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts durchaus üblich. Für eine frequenzstabile Schwingungserzeugung waren Tunnelnennen-Oszillatoren nicht brauchbar, denn die Frequenzstabilität war sehr schlecht. Nebenbei waren Tunnelnennen immer teure Bauelemente und wurden deshalb selten eingesetzt.

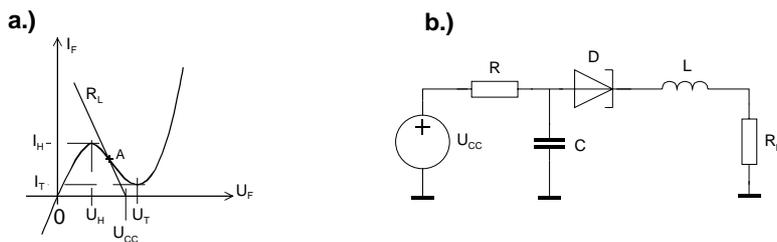


Bild 1-1:
a.) Kennlinie einer Tunnelnennne
b.) Prinzip eines Tunnelnennnen-Oszillators

Im Bereich von Höcker- und Talpunkt fällt der Strom I_f bei wachsender Spannung U_f . Der differentielle Widerstand ist in diesem Bereich negativ. Den Arbeitspunkt A für die Schaltung wird etwa in die Mitte des negativen Bereiches gelegt. Wird nun eine Schaltung nach b realisiert, können die Verluste des Seriekreises aus L und der Kapazität des PN-Überganges kompensiert werden und die Schaltung schwingt.

Im Mikrowellenbereich werden aber auch heute noch mit Hilfe von Gunn-, IMPATT- und TRAPATT- Dioden Oszillatoren realisiert. Diese Dioden zeigen unter bestimmten Bedingungen einen negativen Widerstand und sind Spezialdioden zur Erzeugung von Frequenzen im GHz-Bereich. Weiterführend sei z.B. auf [THO76] verwiesen.

Lichtbogen-Oszillatoren wurden zu Beginn des 20. Jahrhunderts eingesetzt. Damals standen keine Senderöhren für grosse Leistungen zur Verfügung. Man benutzte deshalb sog. Maschinen-Sender (Knallfunken-Sender). Dabei entdämpfte ein kräftiger Lichtbogen einen Schwingkreis. Nach diesem Prinzip wurden Sender mit Primärleistungen bis 2MW realisiert.

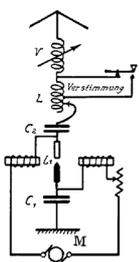


Bild 1-2: Prinzip eines Lichtbogensenders.
Quelle: [HUN28]

Schaltungen mit NIC sind möglich. Die Realisation eines NIC ist aber aufwendiger als ein konventioneller Vierpol-Oszillator.

Zweipol-Oszillatoren haben für die Praxis, ausser im Mikrowellenbereich, eine eher untergeordnete Bedeutung. Sie werden hier deshalb nicht weiter untersucht. Weiterführend zu Zweipoloszillatoren sei auf [GEI93] verwiesen.

1.2 Oszillatoren für Sinusschwingungen

Mit Hilfe eines aktiven Bauelementes wird eine Verstärkerschaltung realisiert, wobei das Ausgangssignal so auf den Eingang zurück geführt wird, dass eine Schwingung mit definierter Frequenz und Amplitude erzeugt wird. Das aktive Element ist im Regelfall ein Bipolartransistor oder ein FET. Für Oszillatoren im NF-Bereich können auch Operationsverstärker eingesetzt werden.

1.2.1 Klirrfaktor

Bei Oszillatoren für Sinusschwingungen ist die spektrale Reinheit der Ausgangsschwingung von zentraler Bedeutung. Diese Reinheit wird über den Klirrfaktor beschrieben. Er nennt das Verhältnis der Oberwellen zur Grundwelle plus Oberwellen als Effektivwert. Nach [JUN94] unterscheidet man den Gesamtklirrfaktor k_{ges} als Verhältnis aller Oberwellenspannungen zum Gesamtspannungsgemisch:

$$k_{ges} = \frac{\sqrt{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}} \quad (1.1)$$

Der Wert von k_{ges} ist immer eine dimensionslose Grösse < 1 . Oft wird sie in Prozent oder Promille angegeben.

Ferner werden auch Einzelklirrfaktoren definiert. Sie beschreiben das Verhältnis einer einzelnen Oberwellenspannung u_i zur Grundwellenspannung u_1 :

$$k_i = \frac{u_i}{u_1} \quad i: 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

Für kleine Klirrfaktoren (ca. $< 3\%$) kann (1.1) vereinfacht werden zu:

$$k_{ges} \approx THD = \frac{\sqrt{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}}{\sqrt{u_1^2}} = \sqrt{\frac{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}{u_1^2}} = \sqrt{\frac{u_2^2}{u_1^2} + \frac{u_3^2}{u_1^2} + \frac{u_4^2}{u_1^2} + \dots} = \sqrt{k_2^2 + k_3^2 + k_4^2 + \dots} \quad (1.3)$$

Der im Englischen benutzte Begriff THD (Total Harmonic Distortion) verkörpert die Näherung nach (1.3).

In der Praxis erfolgt die Bestimmung des Klirrfaktors messtechnisch mit einem Klirrfaktormessgerät oder einem Spektrumanalysator.

Bei einer Simulation mit SPICE oder Pspice kann der Klirrfaktor direkt über eine .FOUR-Anweisung bestimmt werden. Bei Pspice ist dazu eine Transientenanalyse mit eingeschalteter Fourier-Analyse durchzuführen. Das Resultat wird im Output-Listing tabelliert ausgegeben.

Hinweise:

Die Fourier-Analyse arbeitet mit einer FFT. Sie muss immer ein ganzzahliges Vielfaches einer Schwingung umfassen und sollte in einem Nulldurchgang beginnen und enden. Je grösser die Anzahl Schwingungen desto präziser wird das Resultat. Bei kleinen Klirrfaktoren sollten 128 oder mehr Schwingungen zur Rechnung benutzt werden. Normalerweise reicht es bis zur 9. Harmonischen, d.h. 8 Oberwellen, zu berücksichtigen.

Beispiel 1-1: Klirrfaktorbestimmung mit Pspice an einem Oszillator.

Die in Beispiel 1-7 dimensionierte Oszillatorschaltung für 1kHz ist bezüglich spektraler Reinheit und Klirrfaktor zu untersuchen.

Lösung:

Für die Simulation wird eine Transientenanalyse konfiguriert. Aus dem Verhalten der Schaltung weiss man, dass sie eine erhebliche Zeit zum Einschwingen benötigt. Deshalb wird hier ein *No Print Delay* von 5s vorgesehen. Anschliessend wird die *Final Time* auf 5.1s gesetzt. Für die FFT werden jetzt die 101 Datenwerte zwischen 5s bis 5.1s verwendet. Für diese Simulation ist es günstig, die maximale Schrittweite (*Step Ceiling*) mit 1us vorzugeben.

Die Fourier-Analyse wird bezüglich der Grundwellenfrequenz 1kHz (*Center Frequency*) konfiguriert. Es werden 9 Harmonische berücksichtigt (*Number of harmonics*) und die Spannung wird am Knoten ua gemessen (*Output Vars*). Die Berechnung erfolgt automatisch immer relativ zur Grundwellenspannung.

Nach dem Konfigurationsdialog wird die Simulation gestartet. **Das Resultat für die THD kann nur aus dem Output-Listing gelesen werden.** Dieser Eintrag ist immer am Ende des Listings zu finden:

Aus der ausgegebenen Kurvenform kann auch eine FFT angewandt werden. Sie zeigt das Spektrum der Schwingung, jedoch sind die daraus lesbaren Informationen nicht so präzise wie in der tabellarischen Form. Eine Manipulation der Darstellung so, dass z.B. eine Darstellung in dB erfolgt, ist meines Wissens nicht möglich. Für eine Beurteilung ist des Klirrfaktors für die Probe-FFT aber nur bedingt geeignet.

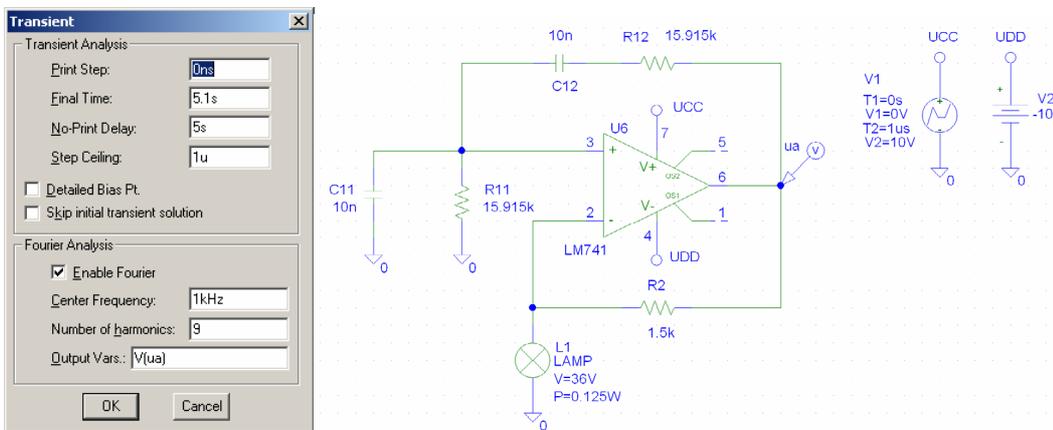


Bild 1-3r: Konfigurationsdialog für Transientenanalyse mit Fourier-Analyse.

Bild 1-3l: Schaltplan zur Simulation für THD und FFT.

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	1.000E+03	1.172E+00	1.000E+00	-1.296E+02	0.000E+00
2	2.000E+03	5.376E-05	4.585E-05	-1.461E+02	1.102E+02
3	3.000E+03	2.810E-05	2.404E-05	-1.578E+02	2.331E+02
4	4.000E+03	1.960E-05	1.672E-05	-1.628E+02	3.558E+02
5	5.000E+03	1.491E-05	1.271E-05	-1.654E+02	4.828E+02
6	6.000E+03	1.216E-05	1.037E-05	-1.659E+02	6.109E+02
7	7.000E+03	1.022E-05	8.714E-06	-1.683E+02	7.392E+02
8	8.000E+03	8.984E-06	7.663E-06	-1.705E+02	8.666E+02
9	9.000E+03	7.808E-06	6.660E-06	-1.706E+02	9.961E+02

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 5.837778E-01 PERCENT

Bild 1-4: Ausgabe der Fourier-Analyse im Output-Listing der Simulation.

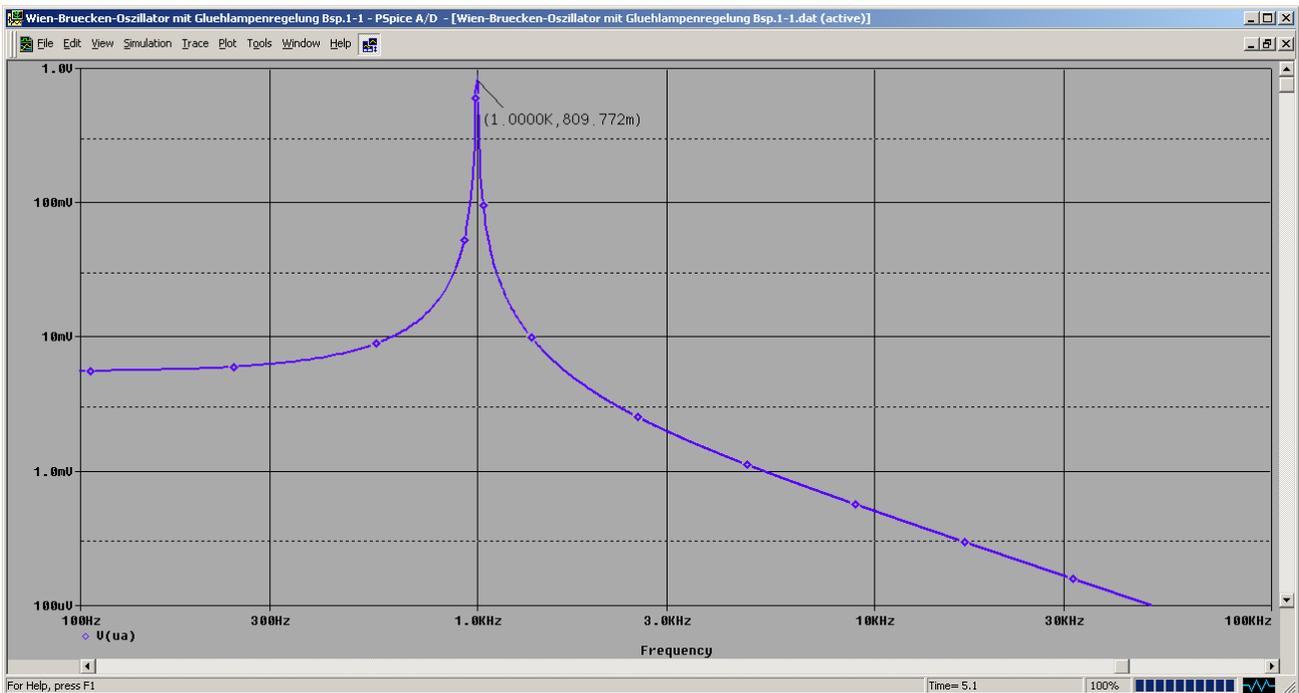


Bild 1-5: FFT der angezeigten Ausgangsschwingung der Simulation, hier mit doppelt logarithmischen Achsen dargestellt. Die Anzeige hat keinen direkten Bezug zu den Werten in Bild 1-4, d.h., im Probe-Prozessor kann von jeder angezeigten Schwingung eine FFT durchgeführt werden.

1.2.2 Kriterien für die Schwingfähigkeit

Rückgekoppelte Oszillatoren arbeiten nach dem Prinzip in Bild 1-6:

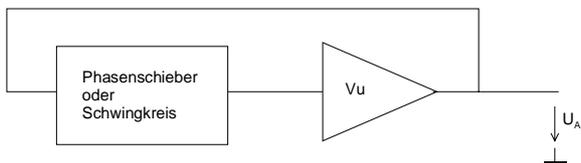


Bild 1-6: Prinzip des rückgekoppelten Oszillators.

Die Ausgangsspannung eines Verstärkerblockes wird phasenrichtig auf den Eingang zurückgeführt. Etwas abstrakter gesehen, ist eine Oszillatorschaltung ist ein elektrisches System, dass nach Bild 1-7 **ohne** Eingangssignal u_1 ein Ausgangssignal u_2 produziert:

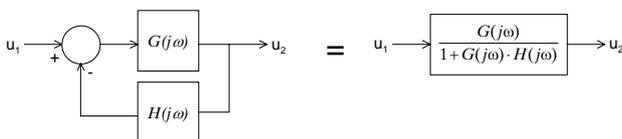


Bild 1-7: Prinzip des rückgekoppelten Oszillators mit einem Signalflussdiagramm dargestellt.

Für die Schwingfähigkeit gilt daher:

$$u_2 = \frac{u_1 G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \tag{1.4}$$

Um bei $u_1=0$ eine Ausgangsspannung $u_2>0$ zu erhalten, muss der Nenner in (1.4) null werden. Alternativ könnte auch $G(j\omega)\rightarrow\infty$ streben, das ist aber aus Sicht der Praxis nicht möglich.

$$u_2 = \frac{u_1 G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \quad (1.5)$$

Daher gilt für die Schwingfähigkeit aus (1.5) abgeleitet das **Nyquist-Kriterium**. Für die Schwingfrequenz ω_o muss gelten:

$$1 + G(j\omega_o)H(j\omega_o) = 0 \rightarrow G(j\omega_o)H(j\omega_o) = -1 \quad (1.6)$$

Für eine Schwingung mit konstanter Amplitude muss daher für die Verstärkung der offenen Schleife $G(j\omega_o)H(j\omega_o)$ gelten

$$|G(j\omega_o)H(j\omega_o)| = 1 \quad (1.7)$$

$$\arg(G(j\omega_o)H(j\omega_o)) = 180^\circ \quad (1.8)$$

Das **Barkhausen-Kriterium** für die Schwingfähigkeit fasst das Schwingkriterium etwas allgemeiner zusammen. Für die Verstärkung der geschlossenen Schleife nach Bild 1-7 muss nach (1.4) gelten:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\mu}{1 - k\mu} \quad (1.9)$$

Die Oszillation ist möglich, wenn $k\mu=1$. Diese Aussage ist mit dem Nyquist-Kriterium identisch, wenn eine positive Rückkopplung vorliegt:

Die Schwingfrequenz eines Oszillators ist diejenige Frequenz, bei der die Phasenverschiebung über die gesamte Schleife 0° ist (oder Mehrfache von 360°). Die Amplitude ist abklingend, wenn die Schleifenverstärkung < 1 ist.

Die Schwingfähigkeit selbst macht keine Aussage zur Stabilität des Systems. Sie sagt nur aus, dass Schwingfähigkeit besteht.

Die Schwingung kann nach Anregung abklingend, konstant oder anwachsend bis zur Begrenzung sein. Die Anregung erfolgt in der Praxis aus dem Rauschen oder aus einer Störung, z.B. dem Einschaltstromstoß.

Für Oszillatoren mit NIC gelten dieselben Gesichtspunkte. Hierbei erfolgt mit einem negativen Widerstand eine bei der Schwingfrequenz eine Entdämpfung eines Schwingkreises so, dass eine Oszillation erreicht wird.

1.2.3 Übersicht der Eigenschaften verschiedener Oszillatorschaltungen

Die Publikation [NAT94-AN263] zeigt in einer Tabelle zusammengefasst die wesentlichen Eigenschaften von NF-Oszillatoren für Sinusschwingungen:

AN-263

Sine-Wave-Generation Techniques				
Type	Typical Frequency Range	Typical Distortion (%)	Typical Amplitude Stability (%)	Comments
Phase Shift	10 Hz–1 MHz	1–3	3 (Tighter with Servo Control)	Simple, inexpensive technique. Easily amplitude servo controlled. Resistively tunable over 2:1 range with little trouble. Good choice for cost-sensitive, moderate-performance applications. Quick starting and settling.
Wein Bridge	1 Hz–1 MHz	0.01	1	Extremely low distortion. Excellent for high-grade instrumentation and audio applications. Relatively difficult to tune—requires dual variable resistor with good tracking. Take considerable time to settle after a step change in frequency or amplitude.
LC Negative Resistance	1 kHz–10 MHz	1–3	3	Difficult to tune over wide ranges. Higher Q than RC types. Quick starting and easy to operate in high frequency ranges.
Tuning Fork	60 Hz–3 kHz	0.25	0.01	Frequency-stable over wide ranges of temperature and supply voltage. Relatively unaffected by severe shock or vibration. Basically untunable.
Crystal	30 kHz–200 MHz	0.1	1	Highest frequency stability. Only slight (ppm) tuning possible. Fragile.
Triangle-Driven Break-Point Shaper	< 1 Hz–500 kHz	1–2	1	Wide tuning range possible with quick settling to new frequency or amplitude.
Triangle-Driven Logarithmic Shaper	< 1 Hz–500 kHz	0.3	0.25	Wide tuning range possible with quick settling to new frequency or amplitude. Triangle and square wave also available. Excellent choice for general-purpose requirements needing frequency-sweep capability with low-distortion output.
DAC-Driven Logarithmic Shaper	<1 Hz–500 kHz	0.3	0.25	Similar to above but DAC-generated triangle wave generally easier to amplitude-stabilize or vary. Also, DAC can be addressed by counters synchronized to a master system clock.
ROM-Driven DAC	1 Hz–20 MHz	0.1	0.01	Powerful digital technique that yields fast amplitude and frequency slewing with little dynamic error. Chief detriments are requirements for high-speed clock (e.g., 8-bit DAC requires a clock that is 256 x output sine wave frequency) and DAC glitching and settling, which will introduce significant distortion as output frequency increases.

Low Distortion Oscillation	
<p>In many applications the distortion levels of a phase shift oscillator are unacceptable. Very low distortion levels are provided by Wein bridge techniques. In a Wein bridge stable oscillation can only occur if the loop gain is maintained at unity at the oscillation frequency. In <i>Figure 2a</i> this is achieved by using the positive temperature coefficient of a small lamp to regulate gain as the output attempts to vary. This is a classic technique and has been used by numerous circuit designers* to achieve low distortion. The smooth limiting action of the positive temperature coefficient bulb in combination with the near ideal characteristics of the Wein</p>	<p>network allow very high performance. The photo of <i>Figure 3</i> shows the output of the circuit of <i>Figure 2a</i>. The upper trace is the oscillator output. The middle trace is the downward slope of the waveform shown greatly expanded. The slight aberration is due to crossover distortion in the FET-input LF155. This crossover distortion is almost totally responsible for the sum of the measured 0.01% distortion in this oscillator. The output of the distortion analyzer is shown in the bottom trace. In the circuit of <i>Figure 2b</i>, an electronic equivalent of the light bulb is used to control loop gain. The zener diode determines the output amplitude and the loop time constant is set by the 1M-2.2 μF combination.</p>

1.3 Phasenschieber-Oszillator

Hierbei wird zur Rückführung ein RC-Netzwerk 3. oder 4. Ordnung verwendet. Es wird so dimensioniert, dass bei der geforderten Schwingfrequenz eine Phasenverschiebung von 180° entsteht. Der Verstärkerblock kompensiert die Dämpfung des RC-Netzwerkes.

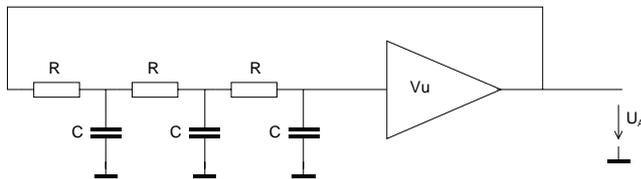


Bild 1-8: Prinzip des Phasenschieber-Oszillators. Das Rückführnetzwerk mit drei RC-Gliedern bewirkt bei der Schwingfrequenz eine Phasenverschiebung von 180° .

Für den Phasenschieber-Oszillator gelten für die Rückführung nach Bild 1-8 folgende einfache Dimensionierungsformeln:

$$f_s = \frac{\sqrt{6}}{2\pi RC} \quad (1.10)$$

$$|v_U| > |-29| \quad (1.11)$$

Die Gleichungen (1.10) und (1.11) unterstellen, dass der Verstärkerblock ideale Eigenschaften bezüglich Ein- und Ausgangswiderständen aufweist.

Für eine definierte Ausgangsamplitude und verzerrungsarme Schwingung (kleiner Klirrfaktor) muss die Verstärkung geregelt werden können. Dies wird in der Praxis mit einem FET oder PTC erreicht. Die Dimensionierung des Regelkreises ist immer ein Kompromiss zwischen niedrigem Klirrfaktor und raschem Einschwingen auf eine definierte Amplitude.

Die notwendige Verstärkung von $v_U > |-29|$ ist für einen einstufigen Verstärker relativ gross. Mit einem Bipolartransistor in Emitterschaltung kann dies meist gut erreicht werden. Bei Verwendung eines FET ist dies schwieriger, weil der FET für die zu erreichende Verstärkung eine grosse Steilheit besitzen muss.

Auch bei Verwendung eines Bipolartransistors ist die Schaltung eher als „schwierig“ zu bezeichnen. Eine Abgleichmöglichkeit für Frequenz und Verstärkung muss wohl in jedem Fall vorgesehen werden.

1.3.1 Phasenschiebernetzwerk

Kernpunkt der Dimensionierung ist das Phasenschiebernetzwerk. Für die Praxis ist es sinnvoll die Kondensatorwerte vorzugeben und die Widerstände zu berechnen, da Widerstände wesentlich einfacher eng toleriert zu beschaffen sind.

Zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens benutzen wir das Ersatzschaltbild nach Bild 1-9. Im allgemeinen müssen noch die Quellen- und Abschlusswiderstände R_A und R_E des Netzwerkes berücksichtigt werden. Diese können bei Verwendung von Operationsverstärkern vernachlässigt werden. Wird der Verstärkerblock aber mit einem FET oder Bipolartransistor realisiert, sind diese Widerstände zu berücksichtigen. Dies ist aber auch nachträglich möglich, indem R_A mit dem Widerstand des ersten RC-Gliedes verrechnet wird und R_E in der Zeitkonstanten des letzten RC-Gliedes berücksichtigt wird.

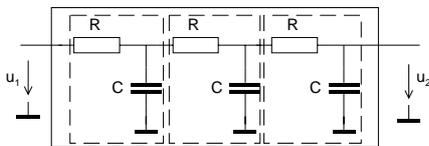


Bild 1-9: Ersatzschaltbild zur Analyse des Phasenschiebernetzwerkes.

Jedes RC-Glied wird mit der zugehörigen Ketten-Parametermatrix beschrieben.

$$A_1 = A_2 = A_3 = \begin{pmatrix} 1 + sRC & R \\ sC & 1 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Die Zusammenschaltung erfolgt durch Multiplikation der Matrizen und wir erhalten die resultierende Kettenmatrix:

$$A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = \begin{pmatrix} 1 + sRC & R \\ sC & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + sRC & R \\ sC & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + sRC & R \\ sC & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^3 R^3 C^3 + 5s^2 R^2 C^2 + 6sRC + 1 & s^2 R^3 C^2 + 4sR^2 C + 3R \\ s^3 R^2 C^3 + 4s^2 RC^2 + 3sC & s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Die Dämpfung wird mit Hilfe der Betriebskenngrößenformel für v_u im unbelasteten Fall bestimmt. Aus der Schwingbedingung folgt, dass der Imaginärteil null werden muss. Dazu wird s mit $\sigma + j\omega$ mit $\sigma=0$ ersetzt und nach Realteil und Imaginärteil im Nenner separiert:

$$v_{UF} = \frac{1}{A_{11}} = \frac{1}{s^3 R^3 C^3 + 5s^2 R^2 C^2 + 6sRC + 1} = \frac{1}{-j\omega R^3 C^3 - 5R^2 C^2 + 6j\omega RC + 1} = \frac{1}{1 - 5R^2 C^2 + j\omega(6RC - R^3 C^3)}$$

$j\omega = 0$:

$$6RC = R^3 C^3 \quad R = \frac{\sqrt{6}}{C} \quad (1.14)$$

Daraus kann über die Zeitkonstante $T=RC$ direkt die Schwingfrequenz ω_o abgeleitet werden:

$$\omega_o = 2\pi f_o = \frac{\sqrt{6}}{T} = \frac{\sqrt{6}}{RC} \quad (1.15)$$

$$f_o = \frac{\sqrt{6}}{2\pi RC} \quad (1.16)$$

Der Amplituden- und Phasengang wird:

$$|v_{UF}(\omega)| = \left| \frac{u_2}{u_1} \right| = \left| \frac{1}{1 - 5\omega^2 R^2 C^2 + j(6\omega RC - \omega^3 R^3 C^3)} \right| = \frac{1}{\sqrt{\omega^6 R^6 C^6 + 13\omega^4 R^4 C^4 + 26\omega^2 R^2 C^2 + 1}} \quad (1.17)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(v_{UF}(\omega))}{\text{Re}(v_{UF}(\omega))}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{\omega^3 R^3 C^3 - 6\omega RC}{(1 - 5\omega^2 R^2 C^2)^2 + (-6\omega RC + \omega^3 R^3 C^3)^2}}{1 - 5\omega^2 R^2 C^2}\right) = \arctan\left(\frac{\omega^3 R^3 C^3 - 6\omega RC}{1 - 5\omega^2 R^2 C^2}\right) \quad (1.18)$$

Die Begründung der Schwingfrequenz ω_o erfolgt durch Auflösen von (1.18) nach ω_o bei einer Phasenverschiebung von π (180°):

$$\tan \pi = 0 = \left(\frac{\omega_o^3 R^3 C^3 - 6\omega_o RC}{1 - 5\omega_o^2 R^2 C^2}\right) \quad \rightarrow \omega_o^3 R^3 C^3 - 6\omega_o RC = 0 \quad \rightarrow \omega_o^2 R^2 C^2 = 6 \quad \rightarrow \omega_o^2 = \frac{6}{R^2 C^2} \quad \omega_o = \frac{\sqrt{6}}{RC} \quad (1.19)$$

Die durch den Verstärkerblock minimal aufzubringende Verstärkung ergibt sich aus der Dämpfung bei der Schwingfrequenz ω_o :

$$|v_{UF}(\omega)|_{\omega=\frac{\sqrt{6}}{RC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{6}{R^6 C^6} R^6 C^6 + 13 \frac{6^{\frac{4}{2}}}{R^4 C^4} R^4 C^4 + 26 \frac{6^{\frac{2}{2}}}{R^2 C^2} R^2 C^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{6^3 + 13 \cdot 6^2 + 26 \cdot 6 + 1}} = \frac{1}{29} \quad (1.20)$$

$$\varphi(\omega)_{\omega=\frac{\sqrt{6}}{RC}} = \arctan\left(\frac{\frac{6}{R^3 C^3} R^3 C^3 - 6 \frac{6^{\frac{1}{2}}}{RC} RC}{1 - 5 \frac{6^{\frac{2}{2}}}{R^2 C^2} R^2 C^2}\right) = \arctan\left(\frac{6^{\frac{3}{2}} - 6 \cdot 6^{\frac{1}{2}}}{-29}\right) = \pi \quad (1.21)$$

Die zu erwartende Phasenverschiebung wird mit π (180°) ebenfalls bestätigt.

Die Verstärkung muss natürlich etwas grösser als $|-29|$ gewählt werden, um ein sicheres Anschwingen zu gewährleisten.

Beispiel 1-2: Phasenschieber-Oszillator mit Operationsverstärker.

Für die Frequenz von 1kHz soll ein Phasenschieber-Oszillator mit einem Operationsverstärker LF411 realisiert werden. Für das Phasenschieber-Glied sollen Kondensatoren von 10nF verwendet werden.

Lösung:

Die für das Phasenschieber-Glied notwendigen Widerstände werden mit durch Umstellen von (1.16) berechnet. Die Beschaltung erfolgt nach Bild 1-10:

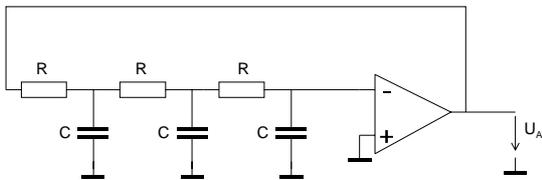


Bild 1-10: Phasenschieber-Oszillator mit Operationsverstärker nach Beispiel 1-2.

$$f_s = \frac{\sqrt{6}}{2\pi RC} \quad \rightarrow \quad R = \frac{\sqrt{6}}{2\pi f_s C} = \frac{\sqrt{6}}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 38.984k\Omega$$

Da die Verstärkung des Operationsverstärkers $|v_U| \gg |-29|$ ist, läuft die Ausgangsamplitude in die Begrenzung und das Ausgangssignal ist nicht sinusförmig. Dies kann mit einer Simulation gezeigt werden:

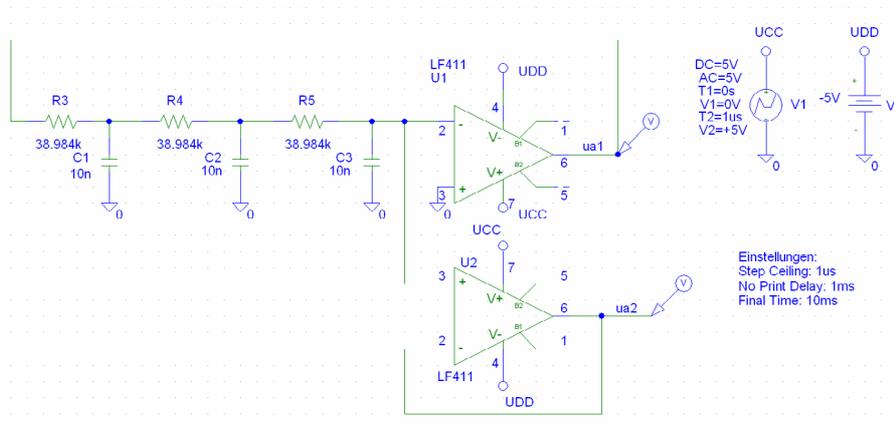


Bild 1-11: Schaltplan zur Simulation des Phasenschieber-Oszillators mit Operationsverstärker nach Beispiel 1-2.

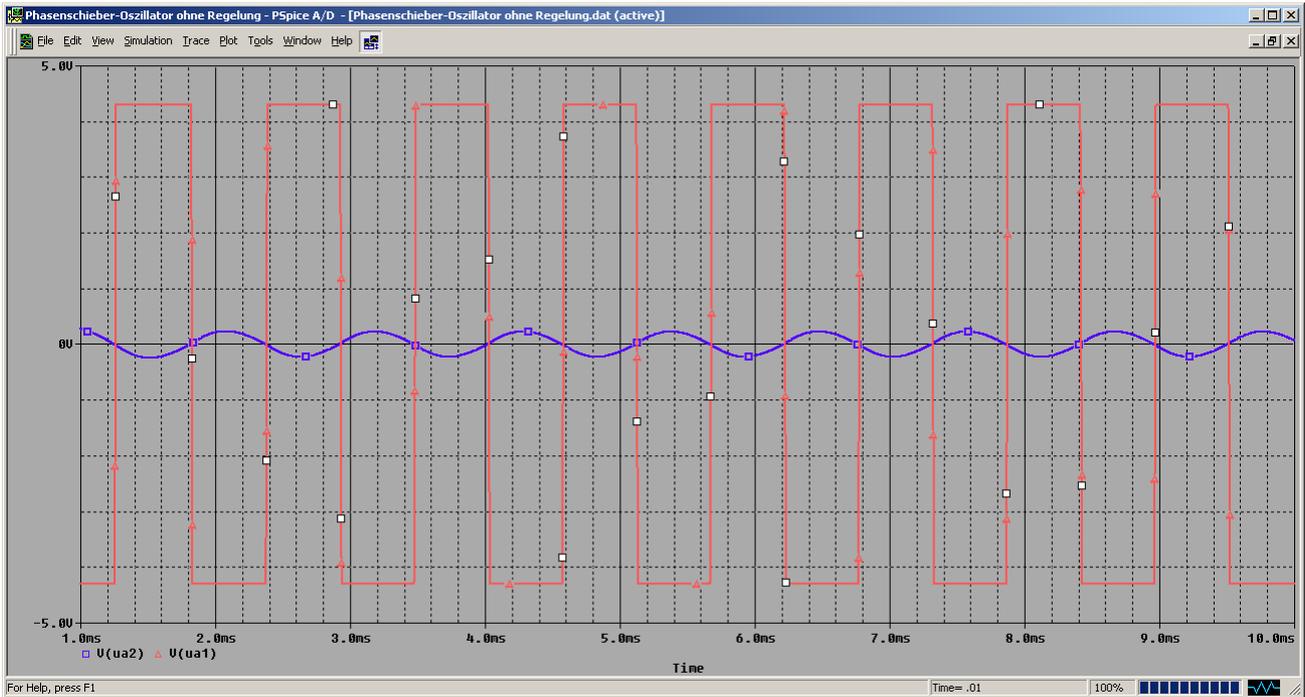
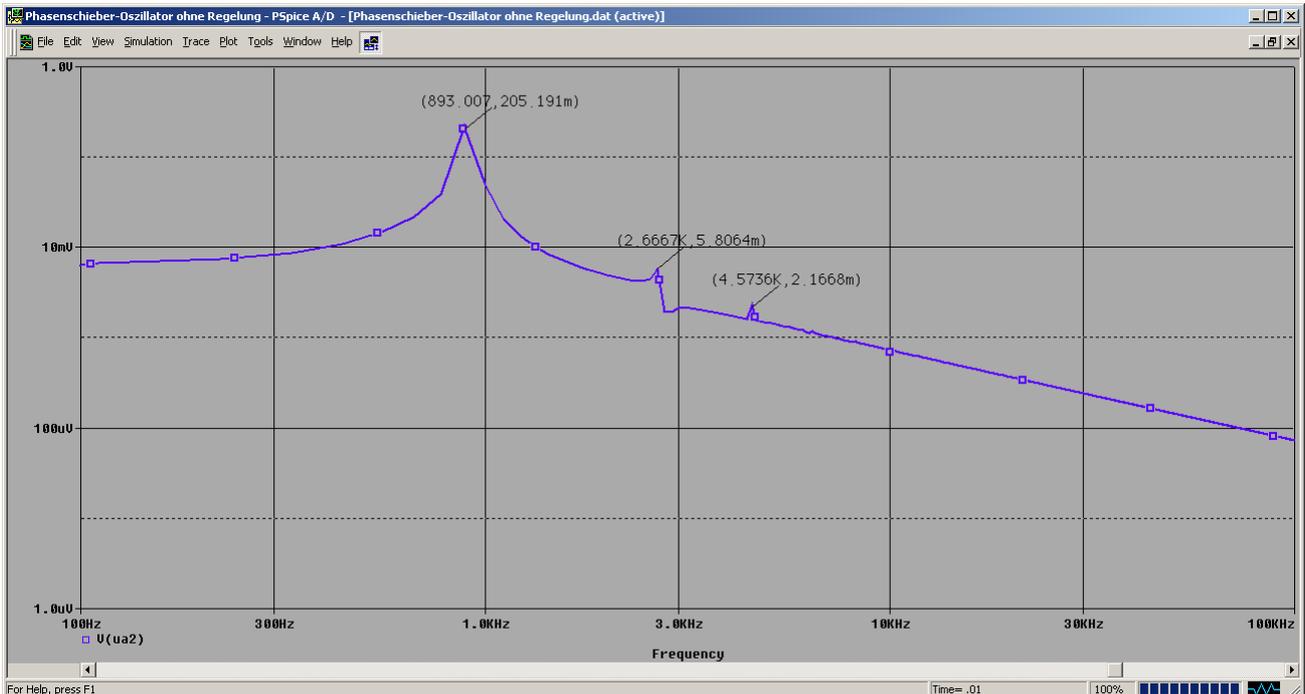


Bild 1-12: Spektrum der fast sinusförmigen Ausgangsspannung u_{a2} . Die Oberwellen zeigen den nicht unerheblichen Klirrfaktor von u_{a2} .



Bemerkungen zur Simulation:

1. Das Anschwingen des Oszillators wird in diesem Beispiel durch zeitversetztes Einschalten von V1 erzwungen. Bei einer Simulation ist ein Anschwingen von Oszillatoren generell problematisch, da die Bauelemente meist idealisiert sind. In der Praxis schwingt ein Oszillator aus dem Rauschen oder durch den Einschaltstromstoss an.
2. Die doch erhebliche Abweichung der Frequenz (893Hz anstatt 1kHz) ist primär mit der Overload Recovery Time zu erklären. Ferner wirkt auch die beschränkten Slew Rate des Operationsverstärkers.

1.3.2 Weitere Phasenschiebernetzwerke

Für die Erzeugung der Phasenverschiebung sind auch andere Schaltungen als in Bild 1-8 möglich. Die Schaltungen 4. Ordnung zeichnen sich durch eine kleinere Dämpfung bei 180° Phasenverschiebung aus. Die Herleitung der Schaltungseigenschaften erfolgt analog Kapitel 1.3.1.

	$G(s) = \frac{1}{s^3\tau^3 + 6s^2\tau^2 + 5s\tau + 1}$ $\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega^3\tau^3 - 6\omega\tau}{1 - 5\omega^2\tau^2}$ $\omega_o = \frac{\sqrt{6}}{\tau}$	(1.22)
	$ V_u = \frac{1}{\sqrt{\omega^6\tau^6 + 13\omega^4\tau^4 + 26\omega^2\tau^2 + 1}}$ $r_1 = \frac{s^3\tau^3 + 6s^2\tau^2 + 5s\tau + 1}{sC(s^2\tau^2 + 4s\tau + 3)}$ $v_U _{\omega=\omega_o} = \frac{1}{29}$	

	$G(s) = \frac{s^3\tau^3}{s^3\tau^3 + 6s^2\tau^2 + 5s\tau + 1}$ $\varphi(\omega) = \arctan \frac{6\omega^2\tau^2 - 1}{\omega^3\tau^3 - 5\omega\tau}$ $\omega_o = \frac{\sqrt{6}}{6\tau}$	(1.23)
	$ V_u = \frac{\omega^3\tau^3}{\sqrt{\omega^6\tau^6 + 13\omega^4\tau^4 + 26\omega^2\tau^2 + 1}}$ $r_1 = \frac{s^3\tau^3 + 6s^2\tau^2 + 5s\tau + 1}{sC(3s^2\tau^2 + 4s\tau + 1)}$ $v_U _{\omega=\omega_o} = \frac{1}{29}$	

	$G(s) = \frac{1}{s^4\tau^4 + 7s^3\tau^3 + 15s^2\tau^2 + 10s\tau + 1}$ $\varphi(\omega) = \arctan \frac{7\omega^3\tau^3 - 10\omega\tau}{\omega^4\tau^4 - 15\omega^2\tau^2 + 1}$ $\omega_o = \frac{\sqrt{70}}{7\tau}$	(1.24)
	$ V_u = \frac{1}{\sqrt{\omega^8\tau^8 + 19\omega^6\tau^6 + 87\omega^4\tau^4 + 70\omega^2\tau^2 + 1}}$ $r_1 = \frac{s^4\tau^4 + 7s^3\tau^3 + 15s^2\tau^2 + 10s\tau + 1}{sC(s^3\tau^3 + 6s^2\tau^2 + 10s\tau + 4)}$ $v_U _{\omega=\omega_o} = \frac{49}{901}$	

	$G(s) = \frac{s^4\tau^4}{s^4\tau^4 + 10s^3\tau^3 + 15s^2\tau^2 + 7s\tau + 1}$ $\varphi(\omega) = \arctan \frac{10\omega^3\tau^3 - 7\omega\tau}{\omega^4\tau^4 - 15\omega^2\tau^2 + 1}$ $\omega_o = \frac{\sqrt{70}}{10\tau}$	(1.25)
	$ V_u = \frac{\omega^4\tau^4}{\sqrt{\omega^8\tau^8 + 19\omega^6\tau^6 + 87\omega^4\tau^4 + 70\omega^2\tau^2 + 1}}$ $r_1 = \frac{s^4\tau^4 + 10s^3\tau^3 + 15s^2\tau^2 + 7s\tau + 1}{sC(4s^3\tau^3 + 10s^2\tau^2 + 6s\tau + 1)}$ $v_U _{\omega=\omega_o} = \frac{49}{901}$	

Die Formeln unterstellen immer ideale Zustände an den Ein- und Ausgängen des Netzwerkes. In der Praxis trifft dies natürlich nicht zu und es sind Abweichungen zu erwarten. Diese liegen in der Grössenordnung von 10%-20% für alle Grössen. Bezogen auf die Toleranzen der Bauelemente sind diese Abweichungen nicht zu überbewerten.

Beispiel 1-3: Phasenschieber-Oszillator mit FET.

Für die Frequenz von 1kHz soll ein Phasenschieber-Oszillator mit einem FET dimensioniert werden. Für das Phasenschieber-Glied sind Kondensatoren von 10nF zu verwenden. Die Speisespannung beträgt 12V.

Lösung:

Da mit einem FET eine hohe Spannungsverstärkung immer problematisch ist, wird eine Rückführung 4. Ordnung verwendet. Die Verstärkung muss betragsmässig in diesem Fall nur > 18.9 betragen. Für eine hohe Verstärkung wird ein FET mit einer grossen Steilheit ausgewählt, hier ein J110 von Siliconix.

Die FET-Parameter werden aus dem Simulationsmodell entnommen und für die Dimensionierungsgleichungen aus der SPICE-Modelldefinition abgeleitet. Die hier benutzten Kenngrössen des SPICE-Modells sind BETA, VTO, LAMBDA.

$$U_P = V_{TO} \quad (1.26)$$

$$I_{DSS} = \beta \cdot V_{TO}^2 \quad (1.27)$$

$$U_{GS} = V_{TO} \left(1 - \sqrt{\frac{I_D}{\beta \cdot V_{TO}^2}} \right) = U_P \left(1 - \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} \right) \quad (1.28)$$

$$r_{DS} = \frac{1}{\beta \cdot \lambda (U_{GS} - V_{TO})} = \frac{1}{\lambda \cdot I_D} \quad (1.29)$$

$$g_m = y_{21S} = -2\beta V_{TO} (1 + \lambda U_{DS}) \sqrt{\frac{I_D}{\beta \cdot V_{TO}^2}} \approx -2\beta V_{TO} \sqrt{\frac{I_D}{\beta \cdot V_{TO}^2}} = \frac{2\sqrt{I_D \cdot I_{DSS}}}{|U_P|} \quad (1.30)$$

Diese Gleichungen beschreiben mit SPICE-Größen die für eine Verstärkerdimensionierung hauptsächlich benutzten Werte des FET.

Die Herleitung der Gleichungen liegt nicht im Umfang des hier gezeigten Stoffes. Grundlage hierzu bilden [MSI94-CARMV6.1] und [KRU04-AS2-FET].

Die Grundschaltung für den Oszillator wird:

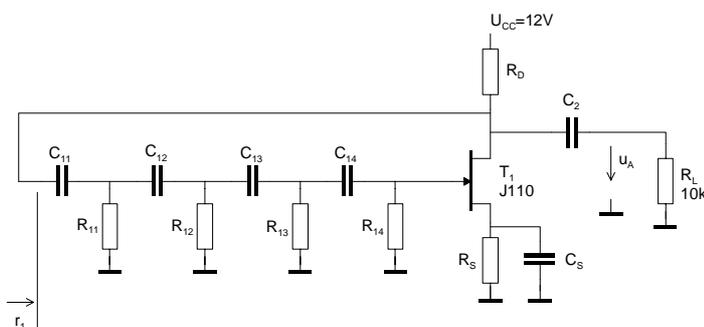


Bild 1-13: Grundschaltung für den Phasenschieber-Oszillator mit Rückführung 4. Ordnung mit FET.

Die DC-Dimensionierung für den gewählten Arbeitspunkt des FET wird mit $I_D=2\text{mA}$, $U_{D-}=U_{DS}/2$:

Vorgaben:

$f_0 := 1\text{kHz}$	$C := 10\text{nF}$	$U_{CC} := 12\text{V}$	$R_L := 10\text{k}\Omega$
$\beta := 17.3 \cdot \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$	$U_{TO} := -1.379\text{V}$	$I_D := 2\text{mA}$	$\lambda := 25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\text{V}}$

DC-Dimensionierung:

$R_D := \frac{U_{CC}}{2 \cdot I_D}$	$R_D = 3 \times 10^3 \Omega$
$U_{GS} := U_{TO} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{I_D}{\beta \cdot U_{TO}^2}} \right)$	$U_{GS} = -1.039\text{V}$
$R_S := \frac{-U_{GS}}{I_D}$	$R_S = 519.495 \Omega$

Die Dimensionierung des Phasenschiebernetzwerkes erfolgt mit dem Formelblock (1.22):

Phasenschiebernetzwerk:

$$R := \frac{\sqrt{70}}{10 \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot C} \quad R = 1.332 \times 10^4 \Omega$$

$$\tau := R \cdot C \quad s := f_0 \cdot 2\pi \cdot i$$

$$r_1 := \frac{s^4 \tau^4 + 10 \cdot s^3 \cdot \tau^3 + 15 \cdot s^2 \cdot \tau^2 + 7s \cdot \tau + 1}{s \cdot C \cdot (4s^3 \cdot \tau^3 + 10 \cdot s^2 \cdot \tau^2 + 6 \cdot s \cdot \tau + 1)} \quad r_1 = 8.894 \times 10^3 - 1.993i \times 10^4 \Omega$$

Nun wird geprüft, ob die Verstärkung für ein Anschwingen genügend gross ist. Die für den FET sichtbare Last ist die Parallelschaltung von r_1 , R_D und R_L .

Kontrolle der Verstärkung:

$$r_{DS} := \frac{1}{\lambda \cdot I_D} \quad r_{DS} = 2 \times 10^4 \Omega$$

$$Z_L := \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{r_1} \right)^{-1} \quad Z_L = 2.194 \times 10^3 - 203.056i \Omega$$

$$y_{21S} := -2 \cdot \beta \cdot U_{TO} \cdot \sqrt{\frac{I_D}{\beta \cdot U_{TO}^2}} \quad y_{21S} = 0.012S$$

$$v_U := \frac{-y_{21S} \cdot r_{DS} \cdot Z_L}{r_{DS} + Z_L} \quad v_U = -23.273 + 1.94i$$

Die Verstärkung ist betragsmässig grösser als 18.9. Ein Anschwingen ist damit sichergestellt. Nun sind noch die restlichen Kondensatoren zu dimensionieren:

Koppel- und Überbrückungskondensatoren:

$$r_{11} := \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{r_{DS}} + \frac{1}{R_D} \right)^{-1}$$

$$C_S := \frac{10y_{21S}}{2\pi \cdot f_0} \quad C_S = 1.872 \times 10^{-5} F$$

$$C_2 := \frac{10}{2\pi \cdot f_0 \cdot \left[R_L + \left(\frac{1}{|r_1|} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{r_{DS}} \right)^{-1} \right]} \quad C_2 = 1.291 \times 10^{-7} F$$

Die Schaltung wird simuliert und die Ausgangsspannung bezüglich Frequenz und Klirrfaktor untersucht:

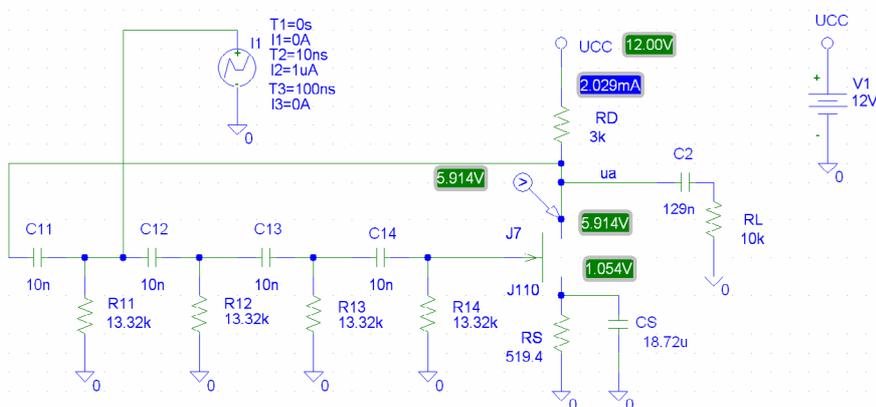


Bild 1-14: Schaltplan zur Simulation des Phasenschieber-Oszillators mit FET nach Beispiel 1-3.

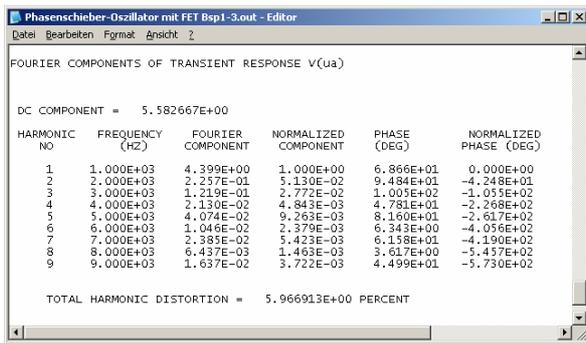


Bild 1-15: Harmonische Komponenten und THD der Ausgangsspannung in Beispiel 1-3.

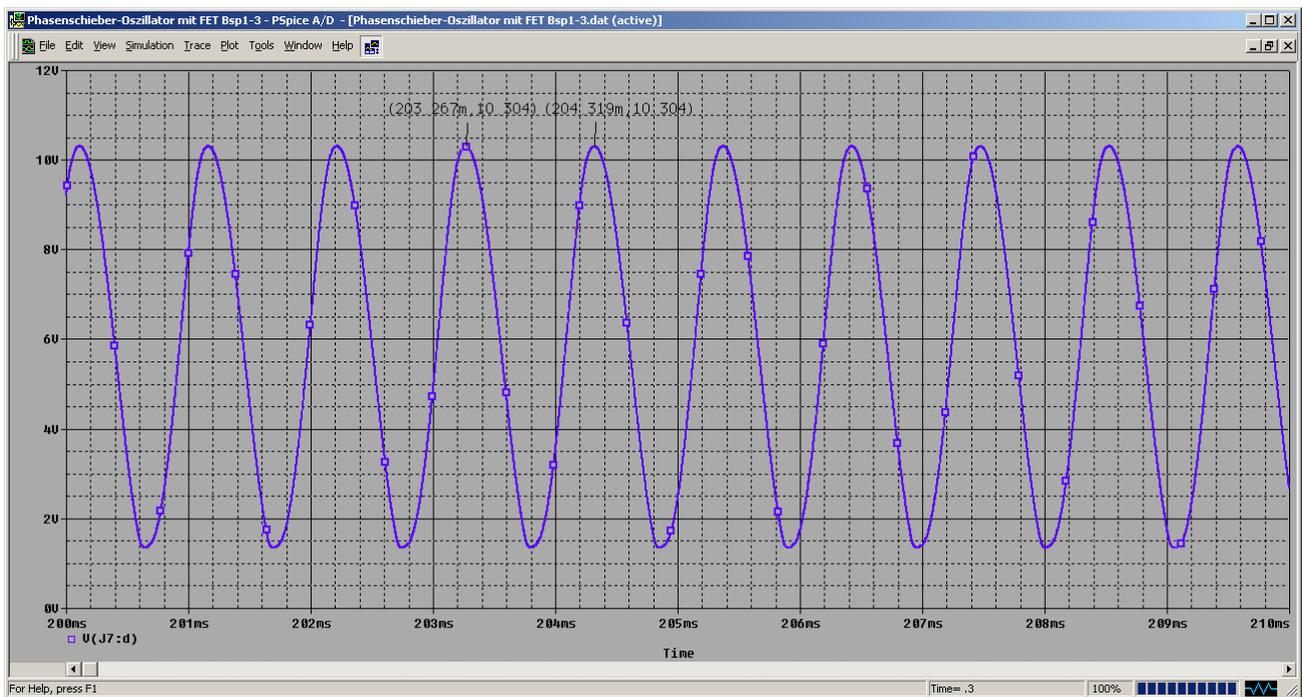


Bild 1-16: Ausgangsspannung des Phasenschieber-Oszillators mit FET nach Beispiel 1-3 im eingeschwungenen Zustand. Es fällt auf, dass die Frequenz etwas tiefer als 1kHz ist.

Beispiel 1-4: Phasenschieber-Oszillator mit FET mit Korrektur.

Die Lösung in Beispiel 1-3 zeigt eine etwas zu tiefe Frequenz. Diese Schaltung ist zu untersuchen und soweit zu korrigieren, dass eine Frequenz von exakt 1kHz erreicht wird.

Lösung:

Das Problem liegt darin, dass für das Phasenschiebernetzwerk keine idealen Verhältnisse am Eingang herrschen. Ausgangseitig wird das Netzwerk mit einem FET abgeschlossen. Das wirft keine Probleme auf.

Das Übertragungsverhalten des Phasenschiebers wird daher neu beurteilt:

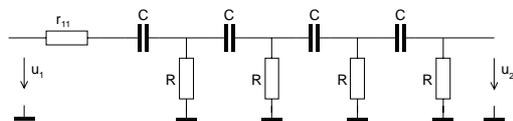
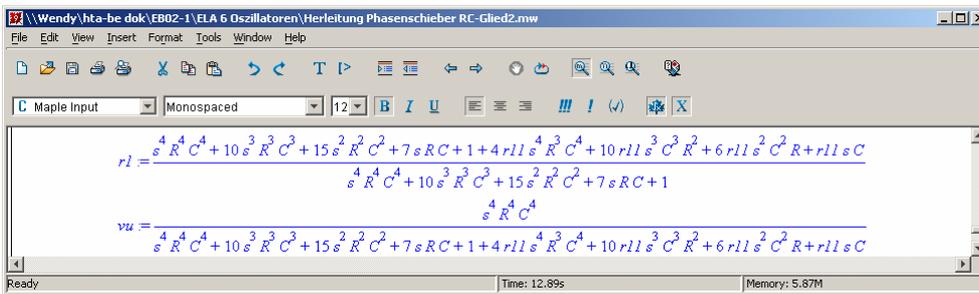
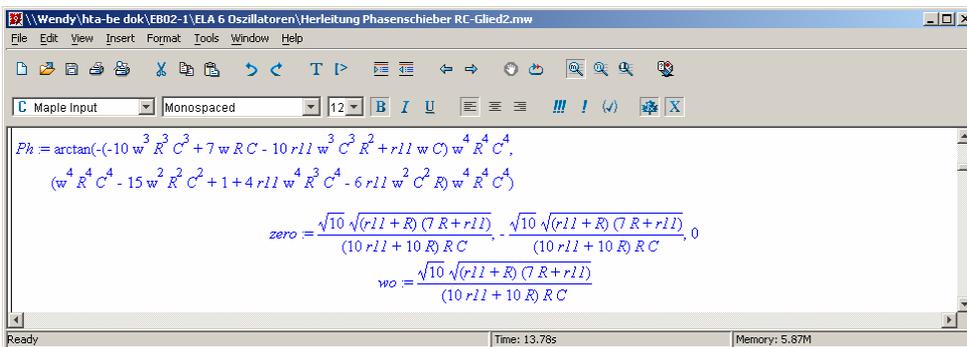


Bild 1-17: Phasenschieber mit nicht idealer Ansteuerung wie in Beispiel 1-3.

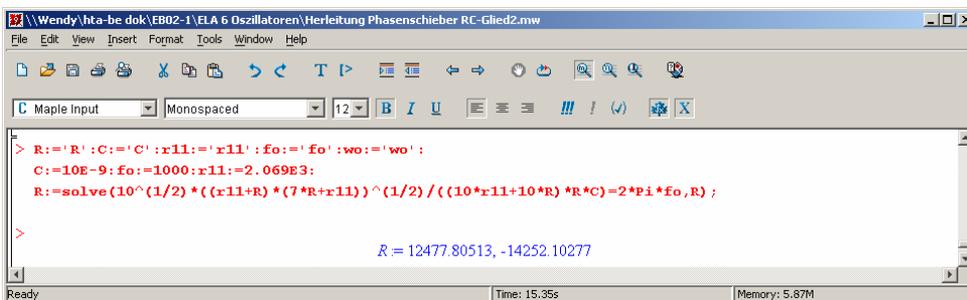
Mit Maple wird die Dämpfung v_u und der Eingangswiderstand r_i für diesen Sachverhalt bestimmt:



Der Phasengang ist ebenfalls von r_{11} abhängig. Dies hat natürlich eine Auswirkung auf die 180°-Frequenz ω_0 :

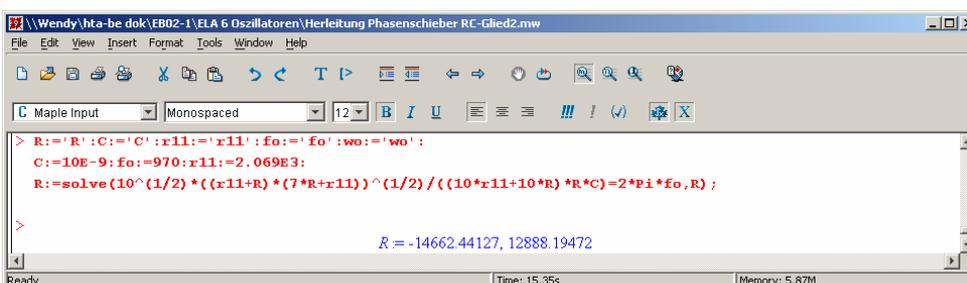


Eine formale Lösung für einen neuen Wert für R aus der Gleichung für ω_0 wird aufwendig. Numerisch kann aber direkt ein Resultat berechnet werden:



Da der Wert der Verstärkung etwas grösser als 29 dimensioniert werden muss, ist es zur Minderung des Klirrfaktors sinnvoll, die Rückführung über ein Potentiometer vorzunehmen. Es wird so abgeglichen, dass der Oszillator sicher anschwingt. Weil beim Einstellen des Potentiometers in Richtung U_{cc} die Frequenz ansteigt, sollte die Oszillatorfrequenz etwa 3%-5% tiefer als die Sollfrequenz dimensioniert werden. Mit dem Potentiometer wird die Frequenz exakt eingestellt.

Für eine Frequenz von 970Hz wird der frequenzkorrigierte Wert:



Aus technischer Sicht ist nur der positive Wert relevant.

Die erneute Simulation zeigt den Erfolg der neuen Berechnungen.

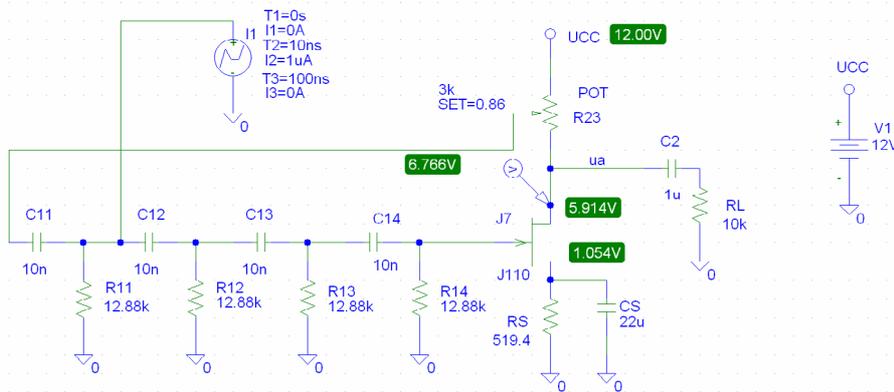


Bild 1-18: Schaltplan zur Simulation des verbesserten Phasenschieber-Oszillators mit FET und Klirrfaktor der Ausgangsspannung.

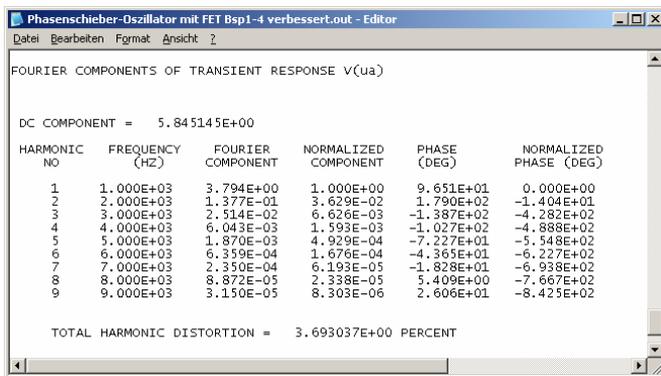


Bild 1-19: Harmonische Komponenten und der Ausgangsspannung.

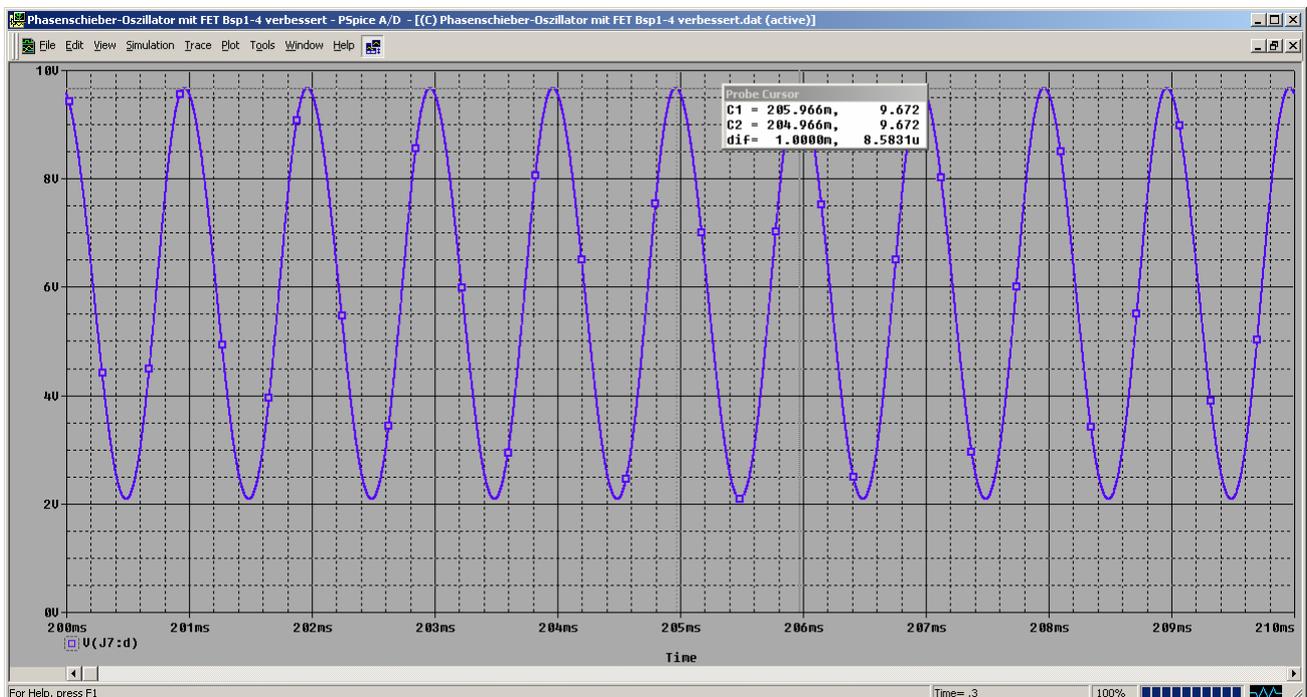


Bild 1-20: Ausgangsspannung des Phasenschieber-Oszillators mit FET nach Beispiel 1-4 im eingeschwungenen Zustand. Die Frequenz beträgt nun exakt 1kHz.

1.3.3 Quadratur-Oszillator

Dies ist eine Sonderform des Phasenschiebersoszillators, bei dem die Phasenverschiebung von 180° mit zwei aktiven 90° -Blöcken erreicht wird. Diese Schaltung benötigt daher zwingenderweise mindestens zwei Verstärkerblöcke.

Für die Dimensionierung des Quadraturoszillators gilt:

$$\omega_o = \frac{1}{RC} \quad (1.31)$$

Eine Schaltung nach [FRA97] zeigt einen praxistauglichen Quadraturoszillator mit zwei Integratorstufen. Die erste Stufe mit U_1 arbeitet als klassischer invertierender Integrator. Es erfolgt eine symmetrische Begrenzung der Amplitude mit den Dioden D_1, D_2 . Die zweite Stufe mit U_2 verkörpert eine nicht invertierende Integratorstufe (sog. Deboo-Integrator-Schaltung). Der Abgleich mit dem Potentiometer erfolgt so, dass sicheres Anschwingen und eine kontinuierliche Schwingung erreicht wird.

An den beiden Ausgängen können die 90° phasenverschobenen Signale abgegriffen werden. Die Spannung u_2 hat wegen der Tiefpasswirkung der zweiten Stufe einen geringeren Klirrfaktor als u_1 . Für u_1 liegt der Klirrfaktor bei ca. 1%.

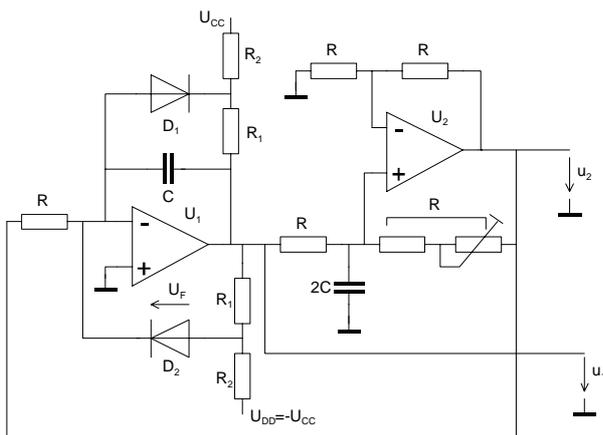


Bild 1-21: Quadratur-Oszillator mit zwei Operationsverstärkern nach [FRA97].

Für den Spitzenwert der Ausgangsspannung u_{1S} für die Schaltung in Bild 1-21 gilt der Ansatz:

$$\frac{u_{1S} - U_F}{R_1} \approx \frac{U_F - U_{DD}}{R_2} \quad (1.32)$$

Dies ist als Näherung zu sehen, weil der dynamische Widerstand der Diode vernachlässigt wird. Nach u_{1S} aufgelöst wird (1.32):

$$u_{1S} \approx U_F + \frac{R_1}{R_2} (U_F - U_{DD}) \quad (1.33)$$

Für Quadratur-Oszillatoren existieren zahlreiche andere Schaltungen.

Beispiel 1-5: Quadratur-Oszillator.

Für die Frequenz von 1kHz soll ein Quadratur-Oszillator nach Bild 1-21 mit zwei Operationsverstärkern LF411 realisiert werden. Die Speisespannung beträgt $\pm 12V$. Die Ausgangsamplitude soll 6V betragen.

Lösung:

Die Dimensionierung erfolgt direkt unter Verwendung von (1.31) und (1.33). R_1 wird mit $10k\Omega$ gewählt und R_2 für einen Spitzenwert der Amplitude von 3V berechnet. Im Deboo-Integrator wird R_c so aufgeteilt, dass R_c etwa im Bereich von 5% einstellbar ist. Der Abgleich des Potentiometers R_{c2} auf ein sicheres und hinreichend rasches Anschwingen. Die Einstellung beeinflusst auch leicht die Phasenverschiebung.

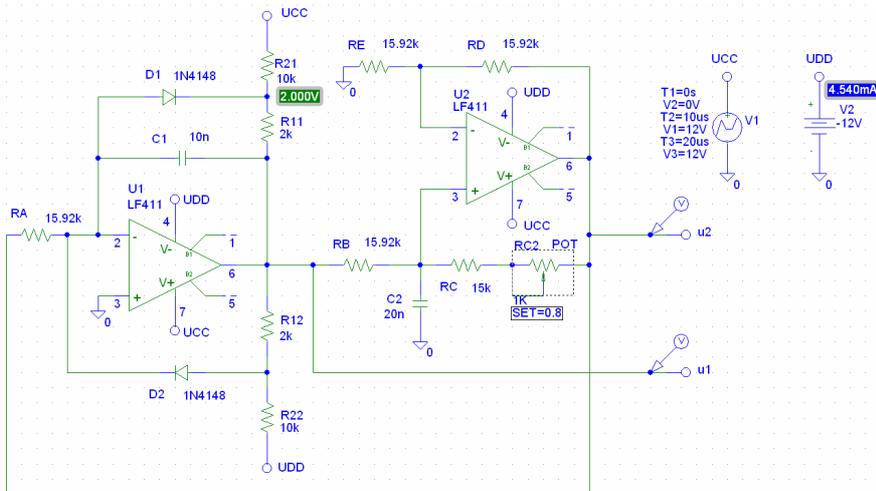
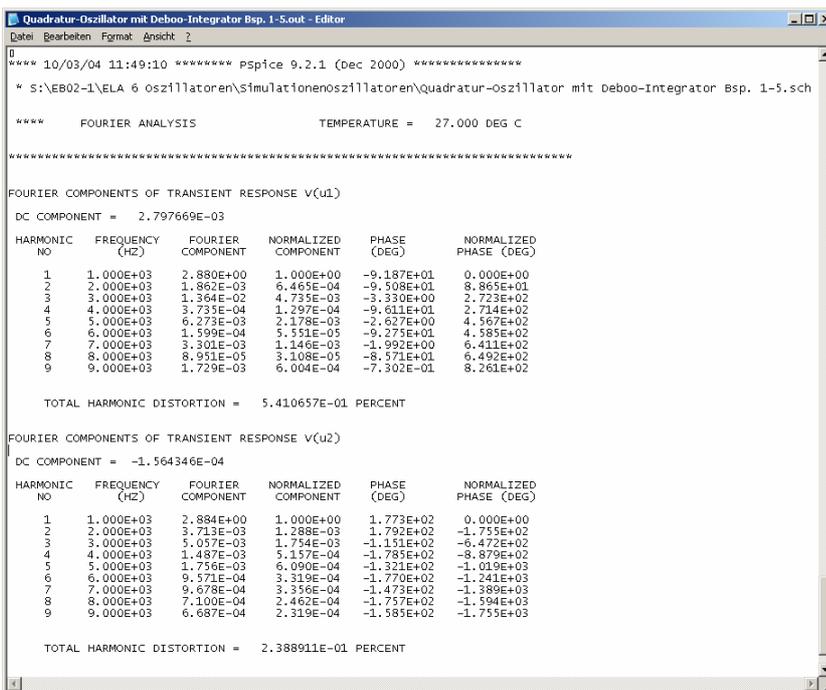


Bild 1-22: Schaltplan zur Simulation des Quadratur-Oszillators nach Beispiel 1-5.

Bild 1-23: Harmonische Komponenten und THD der Ausgangsspannung in Beispiel 1-5.



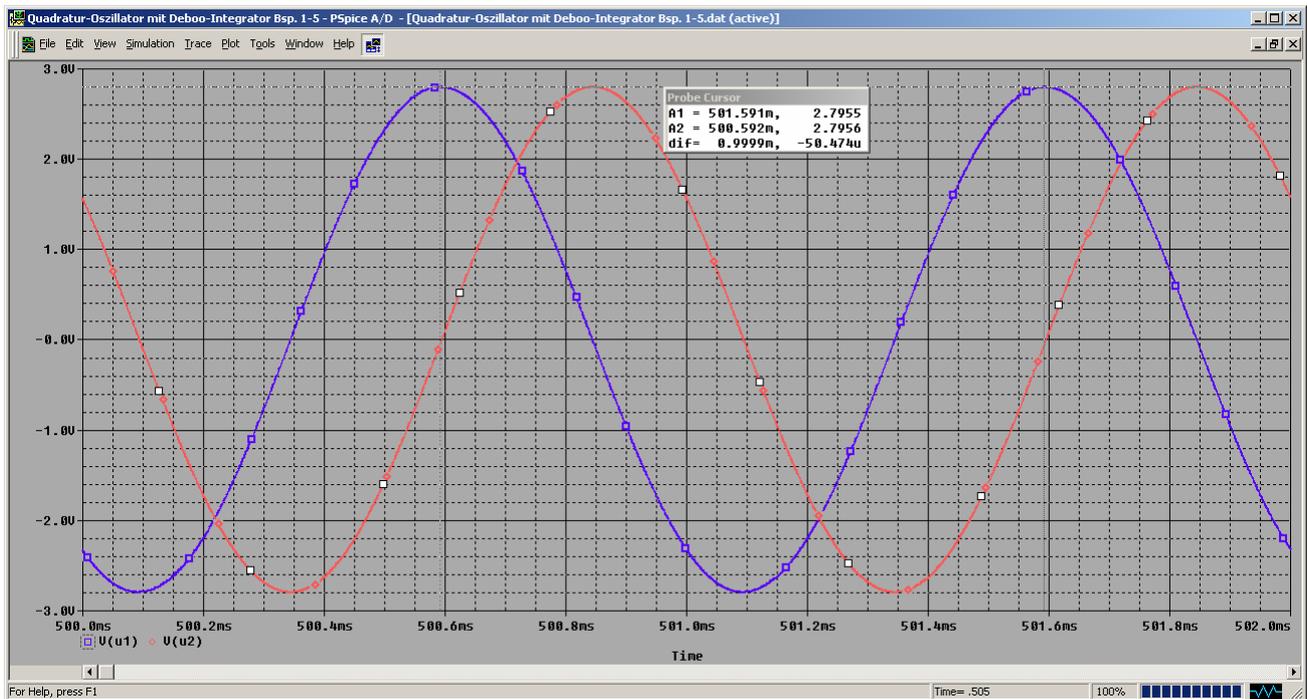


Bild 1-24: Ausgangsspannung des Quadratur-Oszillators nach Beispiel 1-5 im eingeschwungenen Zustand.

Bemerkung:

Eine Verbesserung der Phasenpräzision wird erreicht, wenn eine Polkompensation beim ersten Integrator mit einem Seriewiderstand von 15.9Ω zu C_1 durchgeführt wird. Der Phasenfehler wird dann kleiner als 0.1° . (Vgl. hierzu auch [FRA97, S. 288])

1.4 Oszillatoren mit Wien-Brücke

Bei diesem Typ Oszillator wird für die Rückführung ein Bandpassfilter aus einer Zusammenschaltung von Hoch- und Tiefpass-RC-Glied nach Bild 1-25 verwendet. Der Verstärkerblock arbeitet im Gegensatz zum Phasenschieberoszillator nicht invertierend.

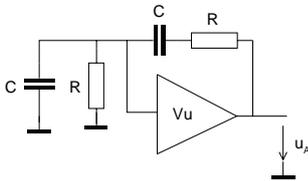


Bild 1-25: Prinzipschaltbild des Oszillators mit Wien-Brücke.

Für eine saubere Sinusschwingung mit definierter Amplitude muss die Verstärkung geregelt werden. Dies wird mit einer Beschaltung von PTC, Dioden, oder einem anderen elektrisch steuerbaren Widerstand erreicht.

Der Wien-Brücken-Oszillator ist im Regelfall die erste Wahl zur Erzeugung einer NF-Sinusschwingung mit kleinem Klirrfaktor. Klirrfaktoren unter 1% bedingen einen grösseren Aufwand als die Grundschaltungen.

Für die Dimensionierung gelten die Gleichungen:

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1.34)$$

$$v_{U \min} = 3 \quad (1.35)$$

1.4.1 Analyse des Wien-Brückengliedes

Für die Dimensionierung sind die Mittenfrequenz der RC-Schaltung von Interesse. Ebenso die Dämpfung bei der Mittenfrequenz. Diese Dämpfung muss vom Verstärkerblock kompensiert werden, damit eine kontinuierliche Schwingung möglich ist.

Das Übertragungsverhalten der Wien-Brücke wird mit dem Schaltbild nach Bild 1 bestimmt:

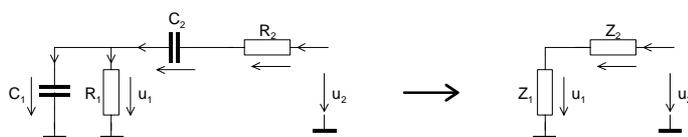


Bild 1-26: Schaltbild zur Analyse der Wien-Brücke. Sie kann als Spannungsteiler mit zwei Impedanzen dargestellt werden.

Für Z_1 und Z_2 gelten: Vorbereitende Zusammenhänge:

$$Z_1 = R_1 \parallel C_1$$

$$Z_2 = R_2 + Z_{C2}$$

Die Indizes für die Widerstände und Kondensatoren werden nur zur Festlegung der eindeutigen Elementeordnung verwendet. Für den Spannungsteiler gilt dann unter Zuhilfenahme von Maple:

```

> restart;
Z1:=simplify(R1*(s*C1)/(R1+1/(s*C1))); Z2:=simplify(R2+1/(s*C2));
u1:=u2*Z1/(Z1+Z2); u1:=simplify(u1);
    
```

$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1 s C_1 + 1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2 s C_2 + 1}{s C_2}$$

$$u_1 = \frac{C_2 s R_1 u_2}{R_1 s C_2 + R_2 s^2 C_2 R_1 C_1 + R_2 s C_2 + R_1 s C_1 + 1}$$

Die Mittenfrequenz liegt dort, wo die Phase=0 wird. Diese Betrachtung erfolgt im eingeschwingenen Zustand, d.h. $s = \sigma + j\omega$ mit $\sigma = 0$. Der Phasengang wird bestimmt und nullgesetzt.:

```

> # Phasengang ermitteln und Mittenfrequenz bestimmen
g:=u1/u2;
s:=I*w;
argG:=evalc(simplify(argument(g)));
w0:=solve(argG=0,w);
    
```

$$g = \frac{I C_2 w R_1}{I R_1 w C_2 - R_2 w^2 C_2 R_1 C_1 + I R_2 w C_2 + I R_1 w C_1 + 1}$$

$$s = I w$$

$$\arg G = \arctan(-R_1 w C_2 (R_2 w^2 C_2 R_1 C_1 - 1), -R_1 w C_2 (-R_1 w C_2 - R_2 w C_2 - R_1 w C_1))$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_2 R_2 C_1}} - \frac{1}{\sqrt{R_1 C_2 R_2 C_1}} 0$$

Von den drei Lösungen für die Mittenfrequenz ω_m ist aus technischer Sicht nur die erste Lösung relevant.

Die Dämpfung bei der Mittenfrequenz wird durch Einsetzen der Mittenfrequenz ω_m .

```

> # Dämpfung bei der Mittenfrequenz bestimmen:
w:=w0[1];
absG:=evalc(abs(g));
simplify(absG,symbolic);
    
```

$$w = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_2 R_2 C_1}} \frac{R_1 C_2}{R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1}$$

Wir erhalten durch die Herleitungen zusammengefasst den Formelsatz:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{sR_1C_2}{1 + s(R_1C_2 + R_1C_1 + R_2C_2) + s^2R_1R_2C_1C_2} \quad (1.36)$$

$$\varphi_{\frac{u_1}{u_2}}(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega R_1C_2 - R_1^2R_1C_1C_2^2\omega^3}{\omega R_1C_2(\omega R_1C_2 + \omega R_2C_2 + \omega R_1C_1)}\right) \quad (1.37)$$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} \quad (1.38)$$

$$\left|\frac{u_1}{u_2}\right|_{\omega=\omega_o} = \frac{R_1C_2}{R_1C_2 + R_2C_2 + R_1C_1} \quad (1.39)$$

Von besonderem Interesse ist der Fall $R_1=R_2=R$ und $C_1=C_2=C$. Für die Praxis spricht nichts dagegen, die Werte so zu wählen. Der vorher gezeigte Formelsatz vereinfacht sich zu:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2R^2C^2} \quad (1.40)$$

$$\varphi_{\frac{u_1}{u_2}}(\omega) = \arctan\left(\frac{1 - R^2C^2\omega^2}{3\omega RC}\right) \quad (1.41)$$

$$\omega_m = \frac{1}{RC} \quad (1.42)$$

$$\left|\frac{u_1}{u_2}\right|_{\omega=\omega_o} = \frac{1}{3} \quad (1.43)$$

Daraus folgt direkt die Oszillatorfrequenz ω_o . Sie entspricht der Mittenfrequenz ω_m des Wien-Gliedes. Die vom Verstärker aufzubringende Verstärkung v_{Umin} ist nach (1.43) $v_{Umin} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$.

Beispiel 1-6: Oszillator Wien-Brücke und Operationsverstärker.

Für die Frequenz von 1kHz soll ein Wien-Brücken-Oszillator mit einem Operationsverstärker LF411 realisiert werden. Für das Wien-Glied sollen Kondensatoren von 10nF verwendet werden.

Lösung:

Für den Verstärkerblock wird eine nicht invertierende Verstärkerstufe verwendet und auf ein $v_U=3$ dimensioniert. R_2 wird mit 10kΩ gewählt.

$$v_U = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad \rightarrow R_2 = v_U R_1 - R_1 = 3 \cdot 10K - 10K = 20K$$

Die frequenzbestimmenden Widerstände R werden nach Folgerung aus (1.42):

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad R = \frac{1}{2\pi f_o C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 15.915k\Omega$$

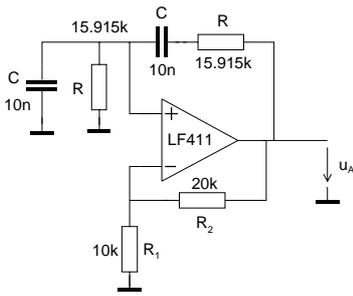


Bild 1-26: Schaltplan des dimensionierten Wien-Brücken-Oszillators ohne Stabilisierung nach Beispiel 1-6.

Eine Simulation zeigt die Resultate:

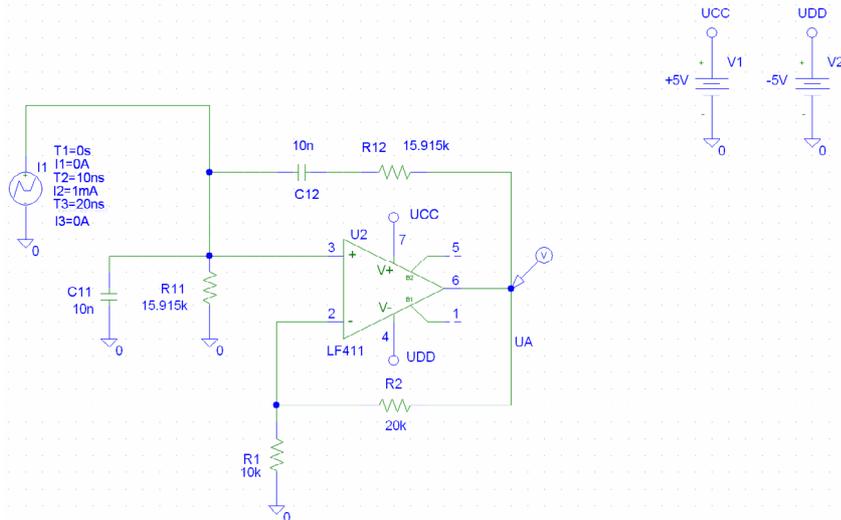
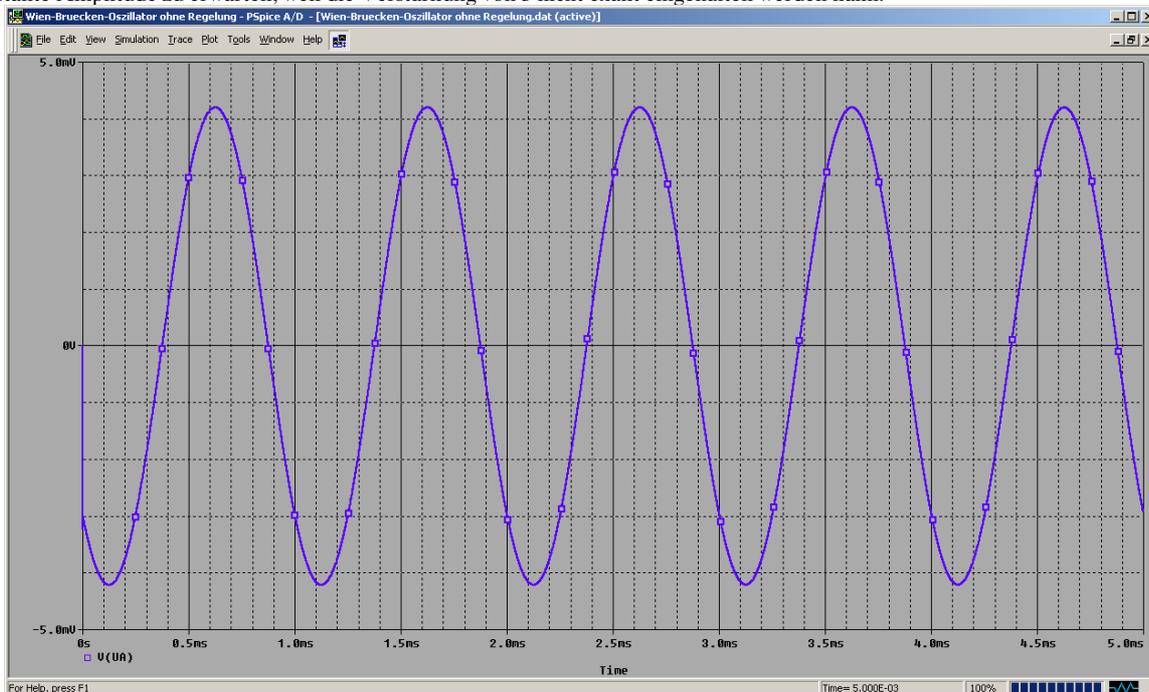


Bild 1-27: Schaltplan und Simulation des Wien-Brücken-Oszillators ohne Stabilisierung nach Beispiel 1-6. In der Praxis ist aber keine konstante Amplitude zu erwarten, weil die Verstärkung von 3 nicht exakt eingehalten werden kann.



Man erkennt zwar eine Oszillation mit einer kleinen Amplitude. Sie wird durch den Stromstoß zu Beginn initiiert und ist nachher langsam abklingend. Das Abklingen ist hier nicht gut sichtbar, findet aber trotzdem statt. Für eine kontinuierliche Amplitude definierter Größe muss die Verstärkung oder das Signal geregelt werden.

1.4.2 Regelung der Verstärkung

Für eine kontinuierliche Schwingung mit definierter Amplitude muss die Schwingbedingung exakt eingehalten werden. Je nach Verstärkung treten drei mögliche Fälle auf:

1. $v_U < 3$

Die Schaltung schwingt an, klingt aber wieder ab. Das Abklingen erfolgt umso schneller je kleiner die Verstärkung ist.

2. $v_U = 3$

Die Schaltung schwingt nach dem Einschalten mit konstanter Amplitude. In der Praxis kann dieser Fall ohne zusätzlichen Schaltungsaufwand kaum erreicht werden, da die Verstärkung nicht exakt auf diesem Wert gehalten werden kann.

3. $v_U > 3$

Die Schaltung ist instabil. Sie schwingt an und schaukelt sich bis zur Begrenzung auf. Dies ist natürlich unerwünscht, da am Ausgang keine Sinusschwingung mehr erscheint.

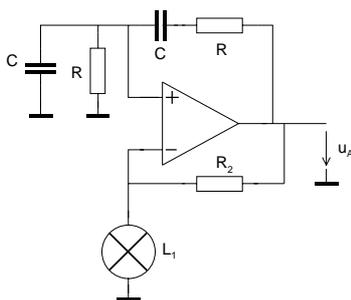
Für eine konstante Amplitude muss daher ein Regler vorgesehen werden der entweder die zurückgeführte Spannung oder die Verstärkung variiert. Dies erfolgt immer unter Verwendung nichtlinearer Widerstände (z.B. PTC), Dioden oder FET.

1.4.3 Stabilisierung mit PTC

Die klassische Form der Stabilisierung erfolgt durch Verwendung eines Kaltleiters (PTC). In vielen Fällen wird dies mit einer Glühlampe realisiert. Der Glühfaden besitzt ein ausgeprägtes Kaltleiterverhalten. Der Kaltwiderstand beträgt ca. 1/20 des Warmwiderstandes.

Bei der Verwendung als Stabilisatorelement ist der Strom durch die Glühlampe typischerweise im Betrieb sehr klein. Die Temperaturerhöhung wird demzufolge meist kleiner als 100°C. Durch die Wärmekapazität des Glühfadens besitzt diese Regelung eine Trägheit. Bei Frequenzen ab einigen Hz bleibt der Fadenwiderstand praktisch konstant.

Bei geeigneter Dimensionierung können mit dieser Regelung sehr kleine Klirrfaktoren (< 0.01%) erreicht werden. Nachteilig ist aber die relativ lange Einregelzeit, die im Sekundenbereich liegt.



Temperaturverhalten eines Wolfram Glühfadens			
Normalisierter Widerstand	Temperatur [K]	Normalisierter Widerstand	Temperatur [K]
0.05	300	0.72	1201
0.25	403	0.8	1470
0.42	547	0.92	2102
0.55	725	0.96	2493
0.64	950	1.0	2900

Tabelle 1-1: Widerstandsverhalten von Wolfram-Glühfäden nach [INT98-MEA].

Bild 1-28: Schaltung des Wien-Brücken-Oszillators mit PTC-Stabilisierung, hier einer Glühlampe.

Die Dimensionierung von R_2 ist kritisch. Er beeinflusst die Schwingfähigkeit, Amplitude und den Klirrfaktor. R_2 wird in der Praxis einstellbar ausgelegt. Der Variationsbereich soll etwa um $\pm 20\%$ betragen.

Für den Betrieb mit einer Glühfadentemperatur von ca. 350K beträgt der Widerstand des Glühfadens etwa 7.5% des Warmwiderstandes. R_2 ist daher so zu dimensionieren, dass bei dieser Fadentemperatur eine Verstärkung von 3 erreicht wird. Vorgabegrößen sind die nominale Lampenleistung P_{Lnom} und Betriebsspannung U_{Lnom} :

$$R_2 \approx 2 \frac{0.075 \cdot U_{Lnom}^2}{P_{Lnom}} \quad (1.44)$$

Der Verstärkerblock muss natürlich in der Lage sein die Leistung für das Aufheizen des PTC zu erbringen. Dies muss vor allem bei Low-Power-Operationsverstärkern berücksichtigt werden, da diese oft nur wenige mA Ausgangsstrom liefern können.

Bei der Wahl der Lampe wird man aus leistungsökonomischen Gründen die kleinstmögliche Leistung wählen. Bei einer Lampe mit kleiner Leistung hat der Glühfaden eine kleine Wärmekapazität und die Schaltung regelt schneller. Wird hingegen eine tiefe Frequenz (<10Hz) benötigt, wird man eher eine Lampe grösserer Leistung wählen, da diese wegen der grösseren Wärmekapazität des Glühfadens träger ist.

Anzumerken ist, dass [MAN03] eine Dimensionierungsformel ohne nähere Begründung für R_2 aufgeführt:

$$R_2 \approx \frac{R_{LAMP}}{2} \quad (1.45)$$

Der Widerstand R_{LAMP} bezieht sich auf den Warmwiderstand des Glühfadens. Dies ergibt für die Praxis relativ kleinen R_2 und damit verbunden, ein grosser Stromfluss. Handelübliche Operationsverstärker können aber nur ca. 5..20mA Ausgangsstrom liefern und sind für diese Dimensionierung ungeeignet. Die Auswahl an Operationsverstärkern mit höheren Ausgangsströmen ist recht klein und sind auch signifikant teurer als die grosse Masse.

Als Notlösung können Operationsverstärkerausgänge mit einer gewissen Vorsicht auch über Stromverteilungswiderstände auch parallel geschaltet werden. Die Zulässigkeit muss fallweise für den betreffenden OpAmp-Typ abgeklärt werden.

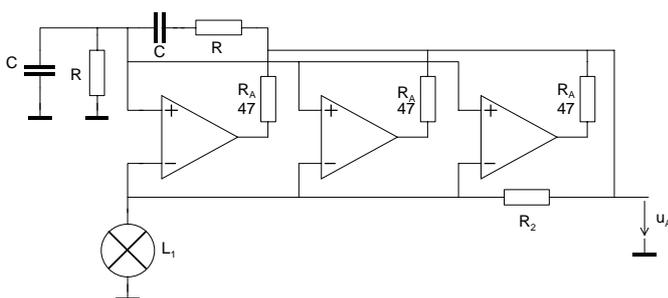


Bild 1-29: Parallelschaltung dreier Operationsverstärker über die Widerstände R_A zur Erhöhung des maximalen Ausgangsstromes.

Mittels der Ausgangswiderstände R_A erfolgt eine gleichmässige Aufteilung des Ausgangsstromes auf die drei Operationsverstärker. R_A liegt in der Grössenordnung von etwa 47Ω.

Beispiel 1-7: Oszillator Wien-Brücke und Operationsverstärker LM741 mit PTC Stabilisierung.

Zu realisieren ist ein Oszillator mit einer Wien-Brücke für 1kHz mit einem Operationsverstärker LM741. Die Betriebsspannung beträgt ±10V. Die Stabilisierung erfolgt mit einer Mikro-Glühlampe mit den Daten 36V, 0.125W.

Die Schaltung ist im Zeitbereich zu simulieren und die spektrale Reinheit mit einer FFT zu untersuchen.

Lösung:

Die Dimensionierung von R_2 erfolgt nach (1.44):

$$R_2 \approx 2 \frac{0,075 \cdot U_{Lnom}^2}{P_{Lnom}} = 2 \frac{0,075 \cdot 36^2}{0,125} = 1,5552k\Omega$$

Wir setzen den Normwert 1.5kΩ ein. Die Brückenelemente werden aus dem vorherigen Beispiel übernommen. Um ein sicheres Anschwingen in der Simulation zu gewährleisten, wird eine Speisenspannung um 1us zeitversetzt eingeschaltet.

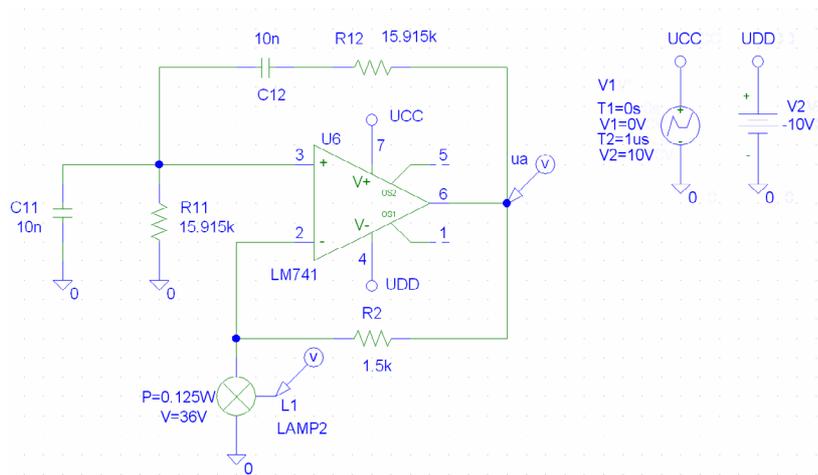


Bild 1-30: Schaltplan des Wien-Brücken-Oszillators mit PTC-Stabilisierung nach Beispiel 1-7. Das hier verwendete Glühlampenmodell erlaubt am dritten Anschluss die Messung der Glühfadentemperatur in Form einer Spannung.

Der Klirrfaktor wird, berechnet mit einer .FOUR V(ua) Anweisung, im Output-Listing:

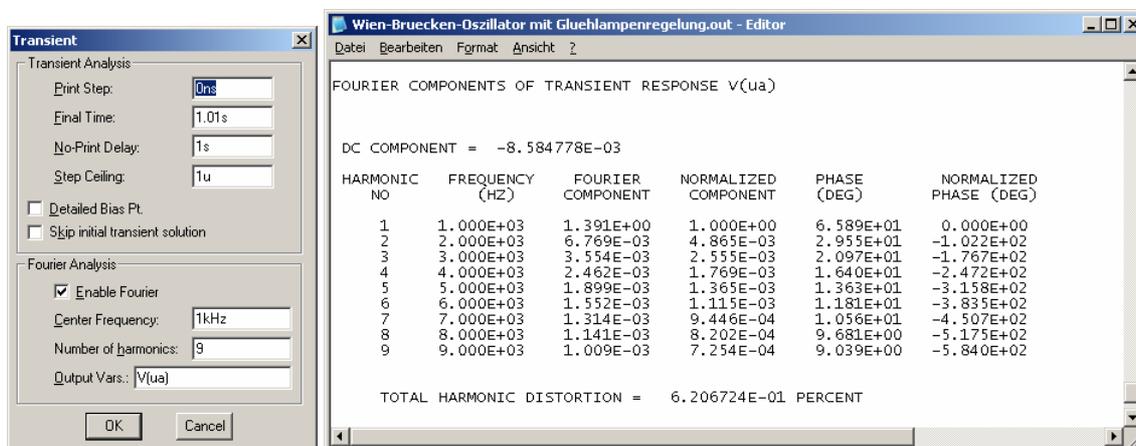


Bild 1-31: Einstellung für THD und Resultat der Rechnung zum Wien-Brücken-Oszillators mit PTC-Stabilisierung nach Beispiel 1-7.

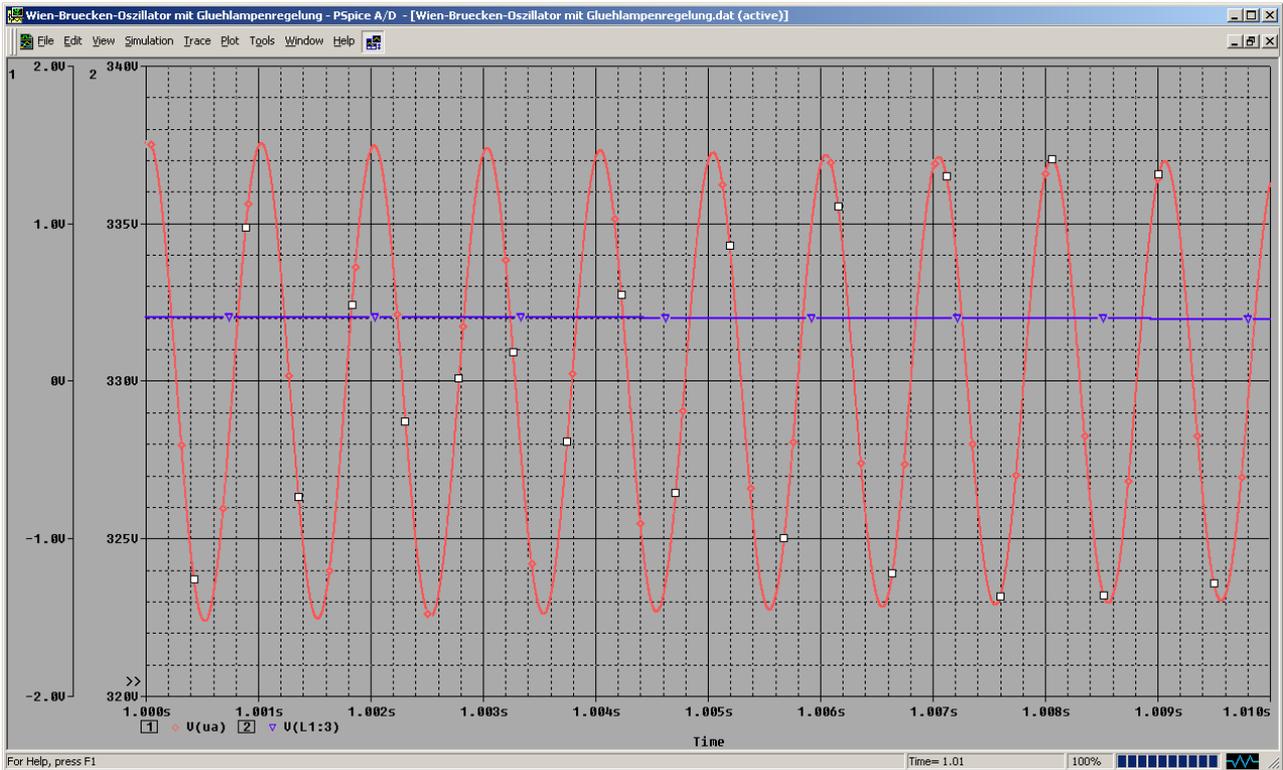


Bild 1-32: Simulation des Wien-Brücken-Oszillators mit PTC-Stabilisierung nach Beispiel 1-7. Die Spannung V(L1:3) zeigt als Wert die Glühfadentemperatur in Kelvin. Man erkennt, dass die Amplitude der Ausgangsspannung immer noch leicht abnehmend ist. Die Regelung ist auch nach einer Sekunde noch nicht eingeschwungen.

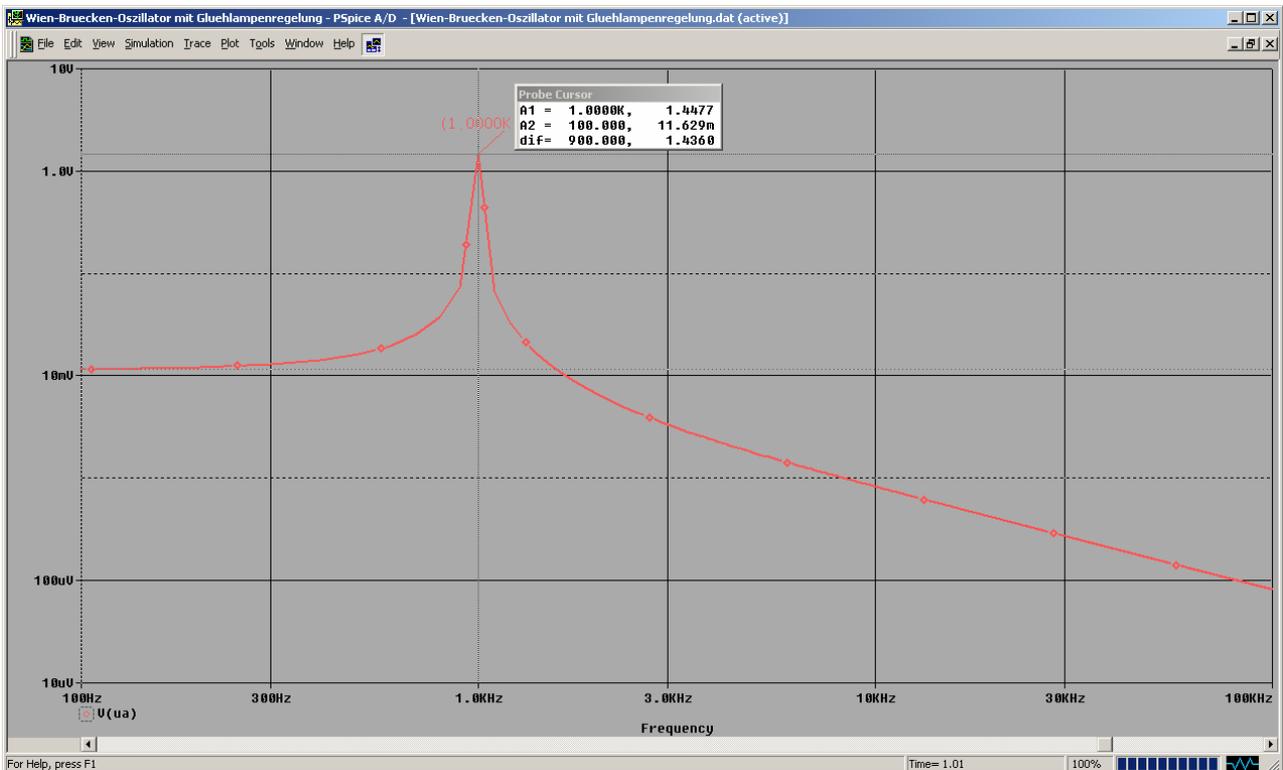


Bild 1-33: FFT der Ausgangsschwingung des Wien-Brücken-Oszillators mit PTC-Stabilisierung nach Beispiel 1-7. Bemerkenswert ist die hohe spektrale Reinheit.

Bemerkung:

Das hier benutzte Simulationsmodell der Glühlampe ist nicht Bestandteil der Pspice-Bibliothek.

1.4.4 Stabilisierung mit Diodennetzwerk

Die Verwendung eines Diodenpaares D_1, D_2 nach Bild 1-34 ist die einfachste Form der Stabilisierung. Bei dieser Schaltung erfolgt keine eigentliche Regelung, sondern eine Begrenzung. Die erzielbare spektrale Reinheit ist deshalb etwas schlechter als bei einer Regelung mit PTC. Die Dimensionierung für eine definierte Ausgangsamplitude ist aber bei dieser Schaltung problemlos.

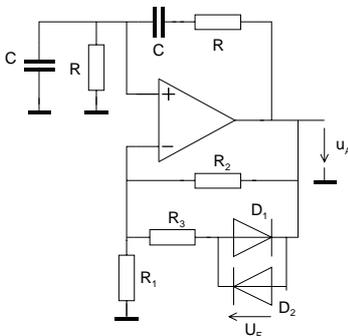


Bild 1-34: Stabilisierung mit einem antiparallel geschalteten Diodenpaar D_1, D_2 .

Ist die Amplitude klein, sind die Dioden als gesperrt zu betrachten. Für die Verstärkung gilt

$$v_{U1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (1.46)$$

und diese ist etwas grösser als 3 zu wählen. Sobald die Amplitude grösser wird, erfolgt Stromfluss durch die Dioden. Für die Verstärkung gilt in diesem Fall:

$$v_{U2} = 1 + \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1} < 3. \quad (1.47)$$

Dieser Wert muss etwas kleiner als 3 sein. Es stellt sich am Ausgang eine Amplitude der Grössenordnung von etwas mehr als $2U_F$ ein, wie in Beispiel 1-8.

Der dynamische Widerstand der Dioden wurde hierbei vernachlässigt, weil er im Verhältnis zu R_3 klein ist und für die Betrachtung nicht ins Gewicht fällt.

Beispiel 1-8: Oszillator Wien-Brücke mit Diodenstabilisierung.

Zu realisieren ist ein Oszillator mit einer Wien-Brücke für 1kHz mit einem Operationsverstärker LF411. Die Betriebsspannung beträgt $\pm 5V$. Die Stabilisierung erfolgt mit zwei Dioden 1N4148. Die Schaltung ist im Zeitbereich zu simulieren und die spektrale Reinheit mit einer FFT zu untersuchen.

Lösung:

Die Dimensionierung der Wien-Brücke erfolgt genau gleich wie in Beispiel 1-6. Wir wählen v_{U1} etwas grösser als 3 und erhalten unter Verwendung von E-Normwerten $R_2=22k$, $R_1=10k$ mit (1.46), den Wert von $v_{U1}=3.2$.

R_3 wird mit Umformen von (1.47) den gewählten Werten für R_1 , R_2 :

$$R_3 = \frac{(v_{U2} - 1)R_1R_2}{R_2 - (v_{U2} - 1)R_1} < 3$$

$$R_3|_{v_{U2}=2.8} = \frac{(2.8 - 1)10K \cdot 22K}{22K - (2.8 - 1)10K} = 99K \rightarrow 100k\Omega$$

Die Schaltung ist nun fertig dimensioniert. Es erfolgt die Erstellung des Schaltplans für die Simulation nach Bild 1-35. Um ein sicheres Anschwingen in der Simulation zu gewährleisten, wird eine Speisespannung um 1us zeitversetzt eingeschaltet.

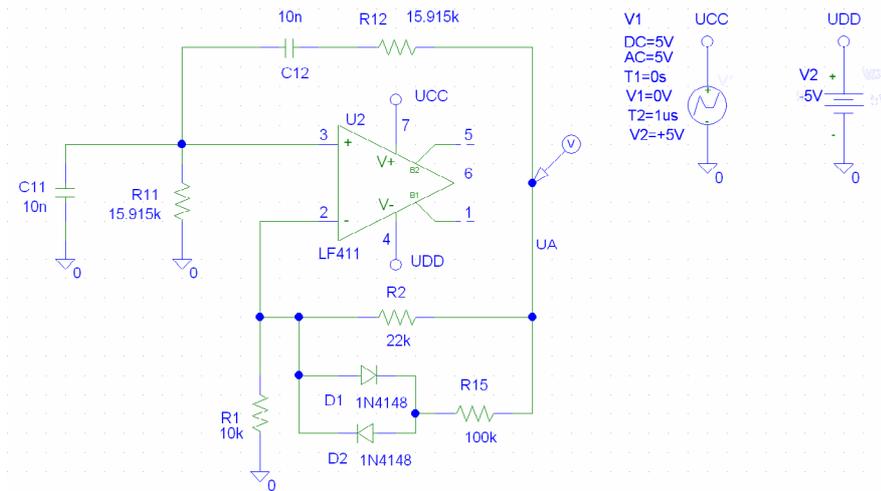


Bild 1-35: Schaltplan für die Simulation des Wien-Brücken-Oszillators mit Diodenstabilisierung nach Beispiel 1-8.

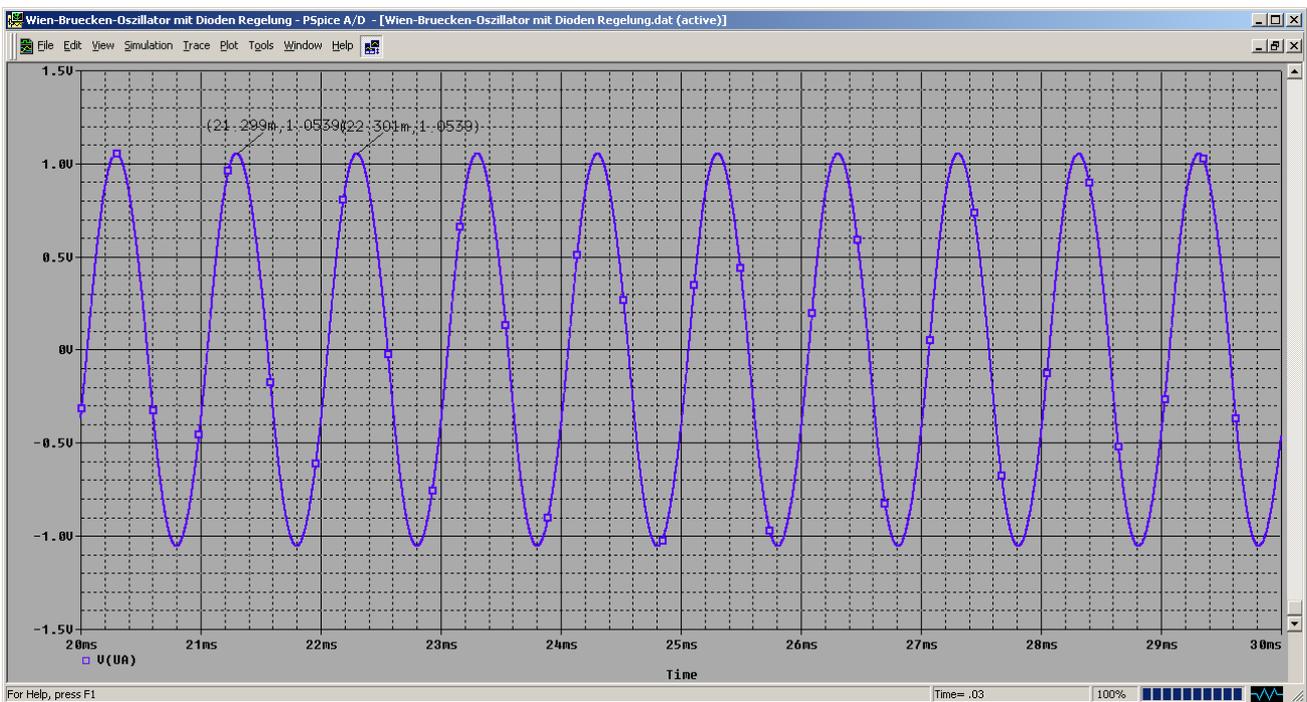


Bild 1-36: Verlauf der Ausgangsspannung beim Wien-Brücken-Oszillator mit Diodenstabilisierung nach Beispiel 1-8.

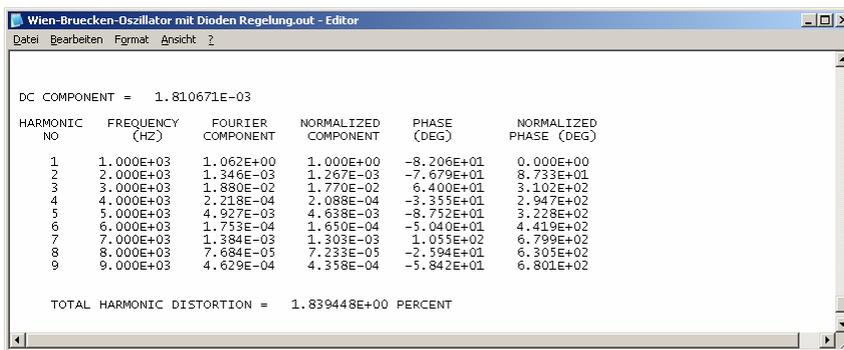


Bild 1-37: THD-Berechnung der Ausgangsspannung.

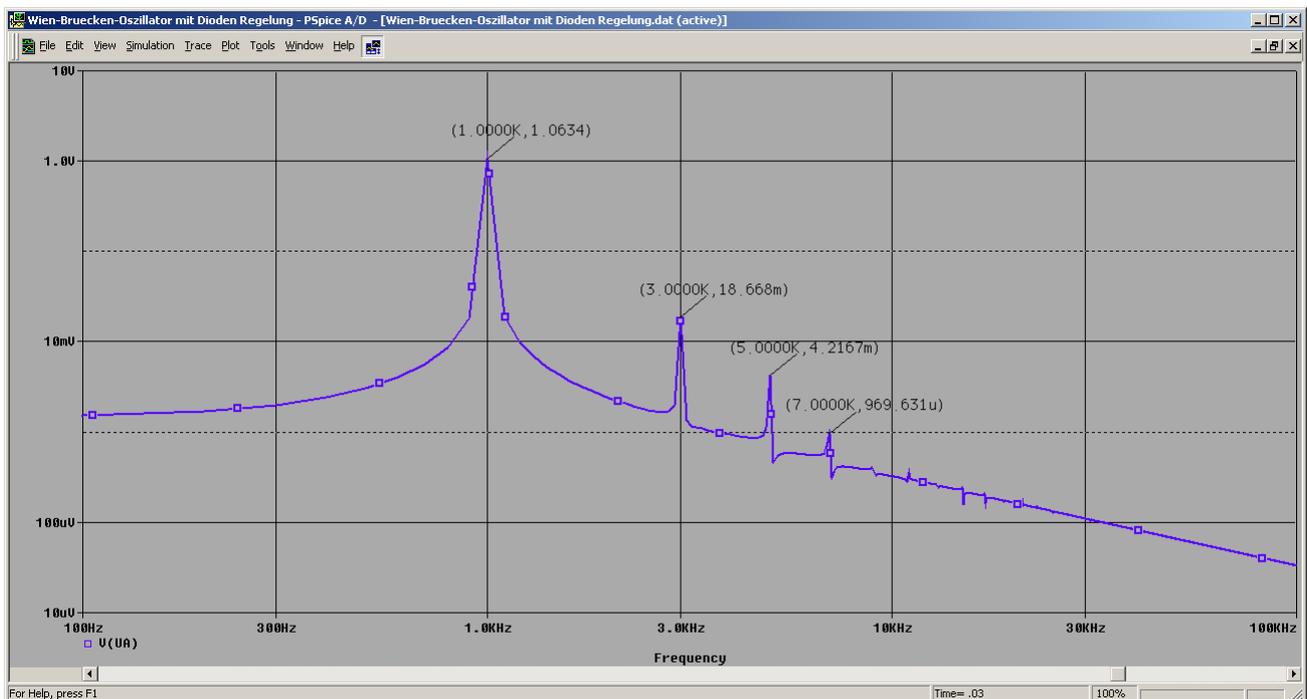


Bild 1-38: Simulationsergebnisse der Ausgangsspannung (oben) und Spektrum (unten) für den Wien-Brücken-Oszillator mit Diodenstabilisierung nach Beispiel 1-8. Deutlich sind die im Spektrum durch das Klippen der Dioden verursachten ungeradzahigen Harmonischen zu erkennen.

1.4.5 Diodenstabilisierung für grössere Ausgangsspannungen

Die Stabilisierung kann nach Bild 1-39 modifiziert werden, um eine grössere Ausgangsspannung zu erhalten. Die Dioden D_1, D_2 werden über R_3, R_4 vorgespannt. Die Verstärkung wird dadurch erst ab einer höheren Spannung begrenzt.

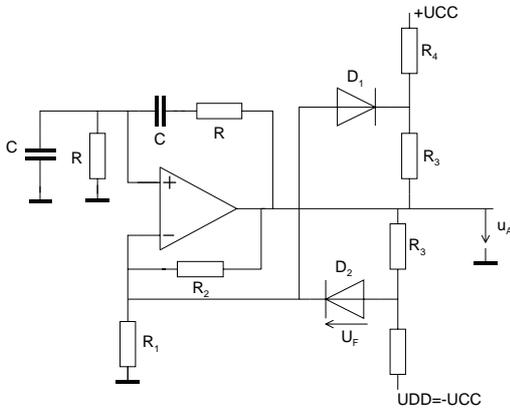


Bild 1-39: Stabilisierung mit Dioden für eine höhere Ausgangsspannung.

Arbeitsweise:

Bei kleiner Amplitude sind die beiden Dioden D_1, D_2 als gesperrt zu betrachten. Die Verstärkung wird allein durch R_1, R_2 definiert und liegt etwas über 3, um ein sicheres Anschwingen zu gewährleisten. Steigt die Ausgangsamplitude über einen bestimmten Wert, beginnen die Dioden zu leiten und die Verstärkung wird begrenzt.

Wir verwenden der Übersichtlichkeit halber eine Teilschaltung aus Bild 1-39:

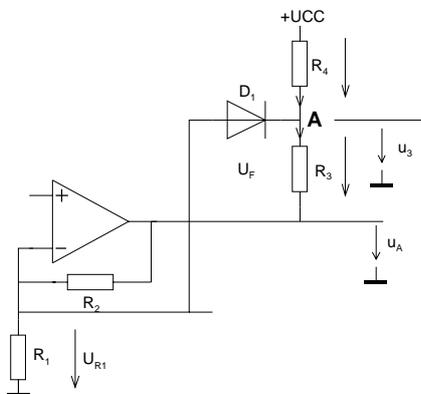


Bild 1-40: Teilschaltbild zur Untersuchung der Ausgangsamplitude für die Schaltung nach Bild 1-39.

Bei welcher Amplitude die Begrenzung einsetzt, betrachten wir am Fall, bei der die Diode D_1 gerade noch sperrt. Es gilt:

$$u_3 = u_{R3} + u_A \quad U_{CC} = u_{R4} + u_3$$

Im Knoten A werden die Ströme:

$$\frac{U_{CC} - u_3}{R_4} = \frac{u_3 - u_A}{R_3}$$

Bei Einsetzen der Begrenzung ist $v_U=3$ und die Spannung $u_{R1}=u_A/3$. Für u_{R1} gilt beim Einsetzen der Begrenzung:

$$u_{R1} = U_F + u_3$$

Bei Stabilität ist $v_U=3$ und die Spannung $u_{R1}=u_A/3$. Dies wird eingesetzt und nach u_A aufgelöst. Bei der Begrenzung gilt für die Verstärkung unter Vernachlässigung des dyn. Widerstandes der Dioden:

$$u_{R1} = \frac{u_A}{3} = U_F + u_3 \quad \rightarrow \quad \frac{u_A}{3} - U_F = u_3$$

$$u_A = 3 \frac{U_{CC}R_3 + U_F(R_4 + R_3)}{R_3 - 2R_4} \quad (1.48)$$

Wenn R3/R4 gross werden, wird der Strom durch die Dioden sehr klein und der Wert für die Ausgangsspannung weicht erheblich von (1.48) ab.

1.4.6 Stabilisierung mit FET

Diese Variante arbeitet ähnlich wie die PTC-Stabilisierung. Hier wird ein FET im ohmschen Bereich als variabler Widerstand verwendet. Diese Form der Stabilisierung ist weit verbreitet, obwohl eine präzise Dimensionierung wegen der starken Streuungen der FET-Parameter schwierig ist. Man umgeht die Problematik, indem man die Regelung abgleichbar gestaltet.

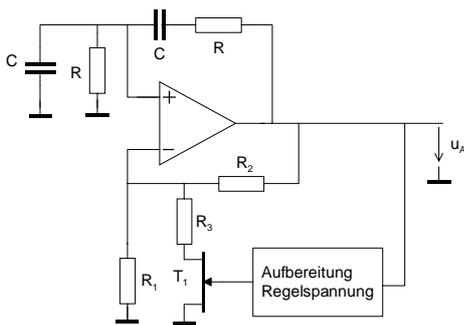


Bild 1-41: Stabilisierung mit einem FET zur Regelung der Verstärkung.

Der erzielbare minimale Klirrfaktor ist bei Verwendung einfacher Schaltungen meist etwas grösser als bei einer PTC-Lösung, weil die Ausgangsspannung für die Erzeugung einer gewissen Mindestamplitude aufweisen muss, die im Volt-Bereich liegt. Die Amplitude am FET (Drain-Source) beträgt dann aber mehrere 100mV und er arbeitet nur noch bedingt als linearer Widerstand. Klirrfaktoren von 0.1% oder weniger sind mit Abgleich und entsprechendem Schaltungsaufwand erreichbar.

Die Dimensionierungsgleichungen für die Widerstände R_p , R_2 , R_3 der Grundschaltung in Bild 1-41:

$$R_1 = (k-1) \frac{3(v_{U\min} - v_{U\max}) - v_{U\min}^2 + v_{U\min}v_{U\max}}{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} (v_{U\min} - 1)(v_{U\max} - 3)} = U_P (k-1) \frac{3(v_{U\min} - v_{U\max}) - v_{U\min}^2 + v_{U\min}v_{U\max}}{2 \cdot I_{DSS} (v_{U\min} - 1)(v_{U\max} - 3)} \quad (1.49)$$

$$R_2 = (k-1) \frac{3(v_{U\min} - v_{U\max}) - v_{U\min}^2 + v_{U\min}v_{U\max}}{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} (v_{U\max} - 3)} = U_P (k-1) \frac{3(v_{U\min} - v_{U\max}) - v_{U\min}^2 + v_{U\min}v_{U\max}}{2 \cdot (v_{U\max} - 3)} \quad (1.50)$$

$$R_3 = \frac{v_{U\min} (k-1) + v_{U\max} - 3k}{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} (v_{U\max} - 3)} = U_P \frac{v_{U\min} (k-1) + v_{U\max} - 3k}{2 \cdot I_{DSS} (v_{U\max} - 3)} \quad (1.51)$$

Die Grösse k ist ein Faktor der den Wert von $r_{DS\Omega}$ festlegt, der bei Stabilität gilt, d.h. $r_{DS\Omega_{stab}} = k r_{DS\Omega_{min}}$. Er wird etwa zwischen 10..30 gewählt.

Begründung der Gleichungen (1.49), (1.50), (1.51):

Für die Untersuchungen sind zuerst die Kenngrößen des FET aufzubereiten. Da wir die Daten bequem aus den Simulationsmodellen lesen können, wurden die SPICE-Parameter V_{TO} , β als Grundlage der Herleitungen verwendet. Eine Umrechnung in die klassischen FET-Kenngrößen I_{DSS} und U_p ist problemlos möglich.

Gemäss [MSI94-CARMV6.1] gilt für den FET im ohmschen Bereich:

$$I_D = \beta \cdot (1 + \lambda U_{DS}) U_{DS} (2(U_{GS} - V_{TO}) - U_{DS}) \quad \text{Ohmscher Bereich} \quad (1.52)$$

Für kleine U_{DS} wird der minimale dynamische Widerstand:

$$\frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} = \beta \cdot \lambda \cdot U_{DS} \cdot (U_{DS} - 2V_{TO}) + \beta(1 + \lambda V_{TO})(U_{DS} - 2V_{TO}) + \beta(1 + \lambda U_{DS}) U_{DS}$$

$$\left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} \right|_{U_{DS}=0} = -2\beta(U_{GS} - V_{TO})$$

$$r_{DS\Omega} = \frac{1}{2\beta(U_{GS} - V_{TO})} = \frac{-U_p}{2I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)} \quad (1.53)$$

$$r_{DS\Omega\min} = \frac{1}{2\beta V_{TO}} = \frac{-U_p}{2I_{DSS}} \quad (1.54)$$

Für das Anschwingen muss eine Verstärkung $v_{U_{max}} > 3$ sichergestellt sein. Dieser Fall tritt ein, wenn am Ausgang noch kein Signal erscheint, d.h. die Ausgangsspannung 0V ist. Am FET liegt ein $U_{GS}=0V$ an und demzufolge stellt der ohmsche Widerstand $r_{DS\Omega\min}$ dar. Die Verstärkung $v_{U_{max}}$ wird für diesen Fall:

$$v_{U_{max}} = 1 + \frac{R_2}{R_1 \parallel (r_{DS\Omega\min} + R_3)} \quad (1.55)$$

Bei Stabilität gilt $v_U = v_{U_{stab}} = 3$. In diesem Fall erreicht der ohmsche Widerstand den Wert $r_{DS\Omega\min}$ und es gilt analog zu (1.55):

$$v_{U_{stab}} = 1 + \frac{R_2}{R_1 \parallel (r_{DS\Omega\min} + R_3)} = 1 + \frac{R_2}{R_1 \parallel (k \cdot r_{DS\Omega\min} + R_3)} \quad (1.56)$$

Der Faktor k beschreibt um wieviel sich $r_{DS\Omega\min}$ bei Stabilität erhöhen soll. Damit wird sichergestellt, dass der FET-Widerstand bei Stabilität nicht zu nahe $r_{DS\Omega\min}$ liegt und andererseits der FET nicht fast gesperrt ist. Das wäre für das Regelverhalten ungünstig. Praxiswerte für $r_{DS\Omega\min}$ liegen im Bereich von einigen Ω bis einigen 100 Ω , je nach Typ. Eine Wahl von $k=10..20$ ist sicher sinnvoll.

Für eine dritte Bestimmungsgleichung wird noch eine Minimalverstärkung $v_{U_{min}}$ definiert. Sie tritt ein wenn der FET vollständig gesperrt ist. Für diesen Fall gilt:

$$v_{U_{min}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (1.57)$$

Die Gleichungen (1.55),(1.56),(1.57) bilden ein Gleichungssystem mit drei Unbekannten: R_p, R_2, R_3 . Es wird mit bekannten Verfahren der Mathematik aufgelöst und man erhält die Resultate (1.49),

(1.50), (1.51). Die Gleichungen sind einmal mit SPICE-Parameter ALPHA, BETA, VTO formuliert und alternativ mit klassischen FET-Kenngrößen U_p, I_{DSS} .

Für ein sicheres Anschwingen muss $v_{U_{max}}$ etwas grösser als 3 gewählt werden. Ein praktikabler Wert ist etwa $v_{U_{max}}=3.5$ (vgl. hierzu auch Kap. 1.5). Wegen der grossen Streuungen der FET-Parameter sollte $v_{U_{max}}$ nicht zu nahe an den Wert 3 gelegt werden, vor allem wenn das GBW des Operationsverstärkers eher bescheiden ist. Sonst ist ein sicheres Anschwingen bei Exemplarstreuungen nicht gewährleistet. Bei der Wahl sollte auch beachtet werden, dass die Widerstandswerte für R_p, \dots, R_3 nicht zu klein werden.

Erreicht die Amplitude einen bestimmten Sollwert, beginnt die Regelung zu wirken. U_{GS} wird negativ und die Verstärkung wird reduziert, bis eine sich konstante Amplitude einstellt. Dieser Fall stellt sich ein, wenn die Verstärkung $v_U = 3.0$ beträgt. Je nach Gestaltung der Regelschaltung kann sich die Amplitude sukzessiv oder überschwingend dem Endwert nähern.

Für die Berechnung der Ausgangsamplitude ist es erforderlich, die exakte Spannung U_{GS} im stabilen Zustand zu kennen. Aus der Dimensionierung ist der Wert für $r_{DS\Omega_{stab}}$ direkt von $r_{DS\Omega_{min}}$ abhängig. Wir erhalten mit (1.53) und (1.56) die Resultate:

$$r_{DS\Omega_{stab}} = k \cdot r_{DS\Omega_{min}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 - 2R_1 R_3}{2R_1 R_2} \quad (1.58)$$

$$U_{GS\Omega_{stab}} = \frac{1}{2r_{DS\Omega_{stab}} \cdot \beta} + V_{TO} = \frac{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} (2R_1 R_3 - R_1 R_2 - R_2 R_3) - 2R_1 + R_2}{2 \cdot \beta (2R_1 R_3 - R_1 R_2 - R_2 R_3)} \quad (1.59)$$

Mit (1.59) ist U_{GS} im eingeschwungenen Zustand bekannt. Je nach Art der Aufbereitung der Regelspannung U_{GS} kann nun auf die Ausgangsspannung geschlossen werden.

Für die Stabilisierung mit einem Einweggleichrichter nach Bild 1-42 mit D_1 und Ladekondensator C_3 Bild 1-42 wird wegen des kleinen U_F eine Schottky-Diode verwendet.

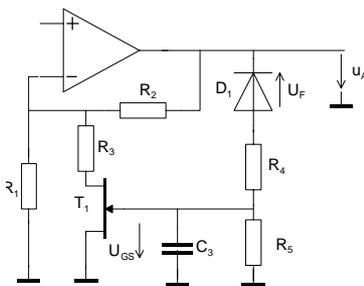


Bild 1-42: Aufbereitung der Regelspannung für die Stabilisierung mit einem Einweggleichrichter.

Für die Spannung $U_{GS\Omega_{stab}}$ in Bild 1-42 gilt :

$$U_{GS\Omega_{stab}} \approx 0.67(\hat{u}_A - U_F) \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

Die Regelspannung kann auch mit einem aktiven Gleichrichter aufbereitet werden. Das bringt für die Präzision der Stabilisierung viel. Auf den Klirrfaktor bringt der zusätzliche Aufwand direkt eher wenig, wenn nicht gezielt auf eine kleine Ausgangsamplitude dimensioniert wird. Wird der aktive Gleichrichter mit einer Verstärkung versehen können auch kleine Ausgangsspannungen im Bereich einiger 10mV präzise stabilisiert werden und der Klirrfaktor sinkt stark.

Beispiel 1-9: Oszillator Wien-Brücke mit FET-Stabilisierung.

Zu realisieren ist ein Oszillator mit einer Wien-Brücke für 1kHz mit einem Operationsverstärker LF411. Die Betriebsspannung beträgt ±10V. Die Stabilisierung erfolgt mit einem FET PN3687. Die Schaltung ist im Zeitbereich zu simulieren und die THD zu bestimmen.

Lösung:

Die Dimensionierung der Wien-Brücke erfolgt genau gleich wie in Beispiel 1-6. Die Regelung wird aus Bild 1-42 übernommen und C_3 mit 100nF gewählt.

Die SPICE-Parameter des FET werden direkt aus dem Modell gelesen. Die Berechnungen der Widerstände R_1 , R_2 , R_3 erfolgen mit (1.49), (1.50), (1.51):

Gegeben:

$$\beta := 840 \cdot 10^{-6} \frac{\text{A}}{\text{V}^2} \quad V_{TO} := -0.510\text{V} \quad \text{FET PN3687}$$

$$v_{Umax} := 3.5 \quad v_{Umin} := 2.5 \quad k := 10$$

Berechnungen:

$$R_1 := (k - 1) \cdot \frac{3 \cdot v_{Umin} - 3 \cdot v_{Umax} - v_{Umin}^2 + v_{Umin} \cdot v_{Umax}}{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} \cdot (v_{Umin} - 1)(v_{Umax} - 3)} \quad R_1 = 7 \times 10^3 \Omega$$

$$R_2 := (k - 1) \cdot \frac{3 \cdot v_{Umin} - 3 \cdot v_{Umax} - v_{Umin}^2 + v_{Umin} \cdot v_{Umax}}{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} \cdot (v_{Umax} - 3)} \quad R_2 = 1.05 \times 10^4 \Omega$$

$$R_3 := \frac{v_{Umin} \cdot (k - 1) + v_{Umax} - 3 \cdot k}{2 \cdot V_{TO} \cdot \beta \cdot (v_{Umax} - 3)} \quad R_3 = 9.333 \times 10^3 \Omega$$

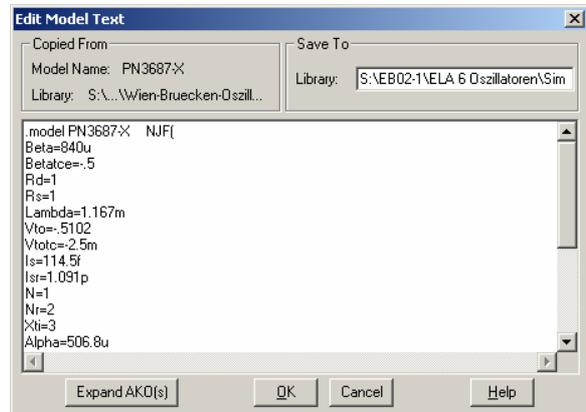


Bild 1-43: SPICE-Parameter des FET, der zur Stabilisierung in Beispiel 1-9 verwendet wird.

Weitere Informationen:

$$U_{GStab} := \frac{2 \cdot \beta \cdot V_{TO} \cdot (2 \cdot R_1 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3) - 2 \cdot R_1 + R_2}{2 \cdot \beta \cdot (2 \cdot R_1 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3)} \quad U_{GStab} = -0.459\text{V}$$

$$r_{DSstab} := \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 - 2 \cdot R_1 \cdot R_3}{2 \cdot R_1 - R_2} \quad r_{DSstab} = 1.167 \times 10^4 \Omega$$

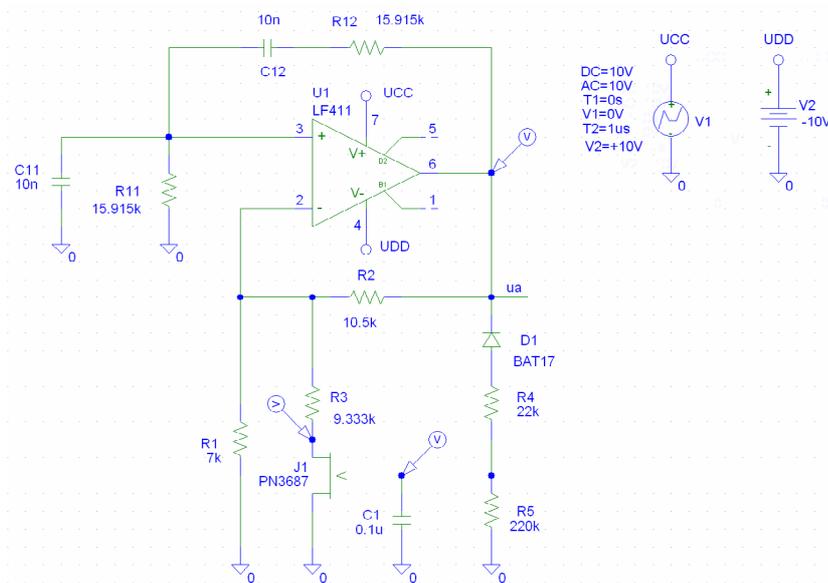


Bild 1-44: Schaltplan für die Simulation des Wien-Brücken-Oszillators mit einfacher FET-Stabilisierung nach Beispiel 1-9.

Die Schaltung wird simuliert und wir erhalten die Resultate:

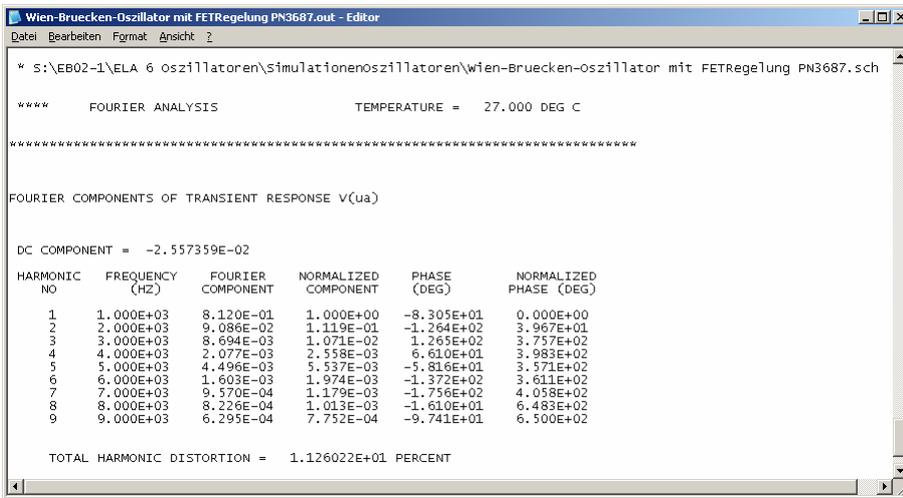


Bild 1-45: THD Analyse des Wien-Brücken-Oszillators mit einfacher FET-Stabilisierung nach Beispiel 1-9.

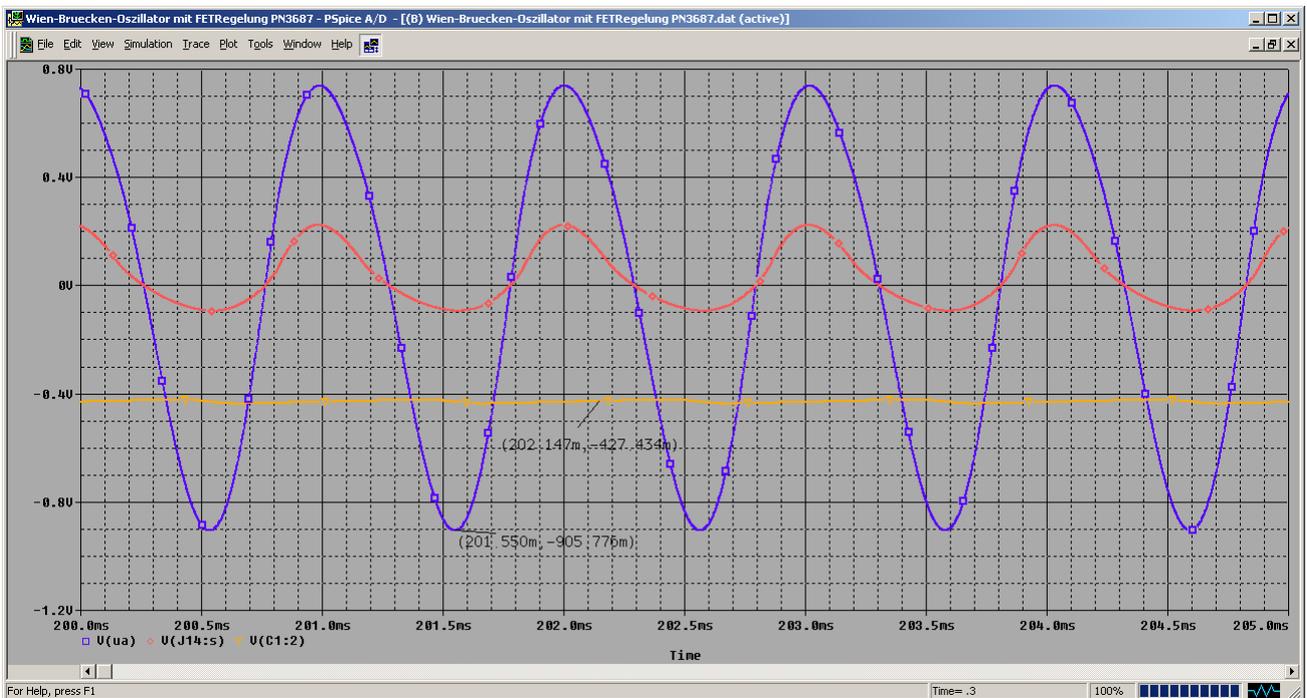


Bild 1-46: Spannungsverläufe beim Wien-Brücken-Oszillator mit einfacher FET-Stabilisierung nach Beispiel 1-9.

Bemerkungen zur Simulation

Es fällt auf, dass der Klirrfaktor mit 11.2% nicht gerade klein ist. Man bemerkt die Spannung über dem FET beträgt 200mV und ist schon sichtlich verzerrt. Der FET arbeitet daher nur noch bedingt im ohmschen Bereich. Für einen kleinen Klirrfaktor müsste die Spannung wesentlich kleiner sein.

Der Klirrfaktor kann reduziert werden, wenn die Wechselspannung u_{DS} am FET klein gehalten wird. Dies ist der Fall, wenn das Verhältnis

$$\frac{R_3}{r_{DS\Omega stab}} \quad (1.60)$$

gross ist.

Das Verhältnis vergrößert sich, wenn v_{Umin} , v_{Umax} klein gehalten werden, k grösser gewählt wird. Wunder sind aber keine zu erwarten. Der FET selbst hat praktisch keinen Einfluss wenn nach (1.49), (1.50), (1.51) dimensioniert wird. Es ist zwar problemlos möglich das Verhältnis (1.60) in eine Größenordnung > 10 zu bringen, vermutlich wird aber die Schaltung nicht mehr sicher anspringen und stark toleranzabhängig sein. Widerstandswerte über $100k\Omega$ sind in jedem Fall zu vermeiden.

Eine Lösung mit anderen Vorgaben und einem anderen FET zeigen für dieselbe Schaltung eine Klirrfaktorreduktion auf ca. $1/3$. Hier wurde das v_{Umax} auf 3.15 gesetzt und v_{Umin} auf 2.5, $k=10$:

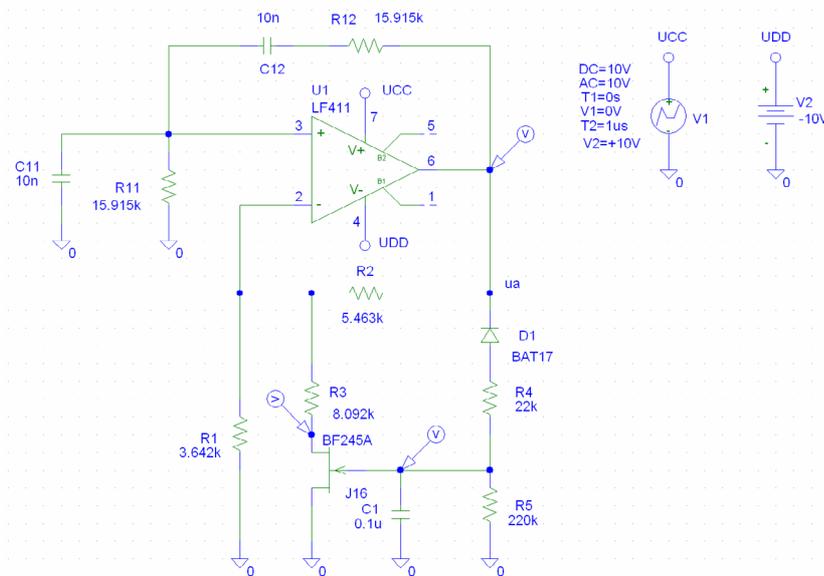


Bild 1-47: Schaltplan der geänderten Schaltung nach Bild 1-45 mit geänderten Vorgaben und anderem FET.

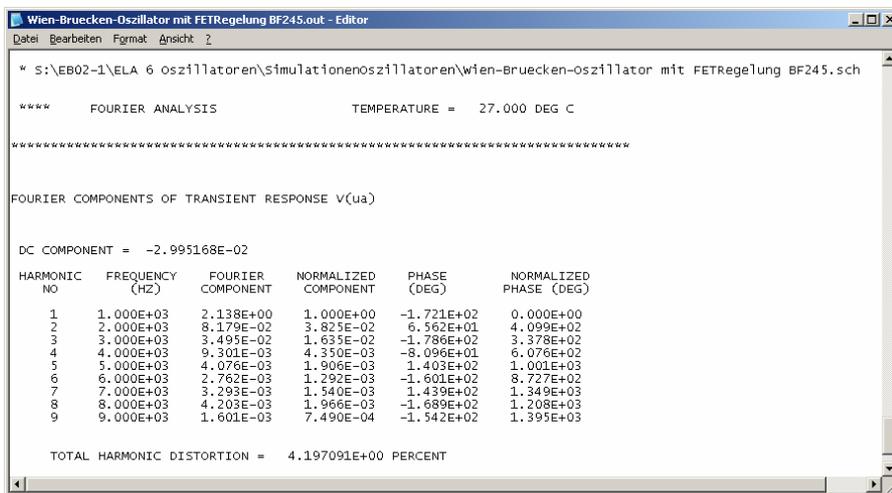


Bild 1-48: THD Berechnung für die Schaltung in Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden..

Beispiel 1-10: Wien-Brücken-Oszillator mit FET-Stabilisierung und aktivem Gleichrichter.

Durch Verwendung eines aktiven Gleichrichters können auch kleine Ausgangsspannungen gut stabilisiert werden, indem ein aktiver Gleichrichter mit einer Verstärkung eingesetzt wird. Für die Schaltung analog Beispiel 1-9 soll eine Stabilisierung mit einem aktiven Einweggleichrichter mit Verstärkungsfaktor 20 realisiert werden.

Die weiteren Vorgaben sind FET BF245B, $v_{Umin}=2.6$, $v_{Umax}=3.3$, $k=20$.

Lösung:

Der aktive Gleichrichterblock wird nach [KRU04-AS2-OPA] realisiert oder nach einer anderen Referenz. Die Berechnung der Widerstände R_1, \dots, R_3 erfolgt analog den vorherigen Beispielen. Die schlussendliche Schaltung wird in Bild 1-49:

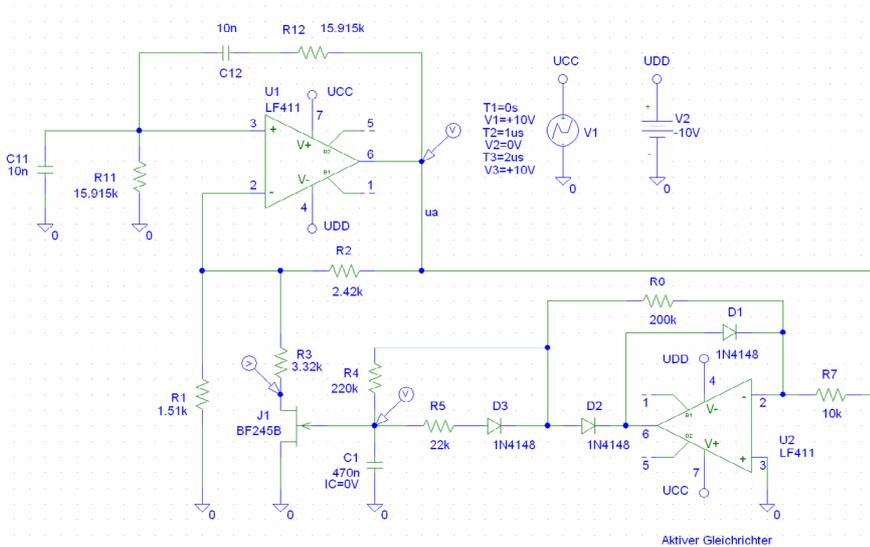


Bild 1-49: Schaltplan des Oszillators mit FET-Stabilisierung und aktivem Gleichrichter in Beispiel 1-10.

Wien-Bruecken-Oszillator mit FETRegelung. aktiv1.out - Editor

**** FOURIER ANALYSIS TEMPERATURE = 27.000 DEG C

FOURIER COMPONENTS OF TRANSIENT RESPONSE V(Ua)

DC COMPONENT = -5.411921E-04

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	1.000E+03	1.544E-01	1.000E+00	6.535E+01	0.000E+00
2	2.000E+03	1.252E-03	8.104E-03	1.367E+02	6.034E+00
3	3.000E+03	1.966E-04	1.273E-03	6.747E+01	-1.286E+02
4	4.000E+03	7.473E-05	4.838E-04	9.504E+00	-2.519E+02
5	5.000E+03	3.354E-06	2.172E-05	-7.789E+01	-4.046E+02
6	6.000E+03	3.143E-05	2.035E-04	7.784E+01	-3.142E+02
7	7.000E+03	3.487E-05	2.258E-04	1.419E+01	-4.433E+02
8	8.000E+03	1.924E-05	1.246E-04	-6.207E+01	-5.849E+02
9	9.000E+03	1.251E-05	8.098E-05	1.524E+02	-4.357E+02

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 8.225018E-01 PERCENT

Bild 1-50: THD Berechnung des Oszillators mit FET-Stabilisierung in Bild 1-49.

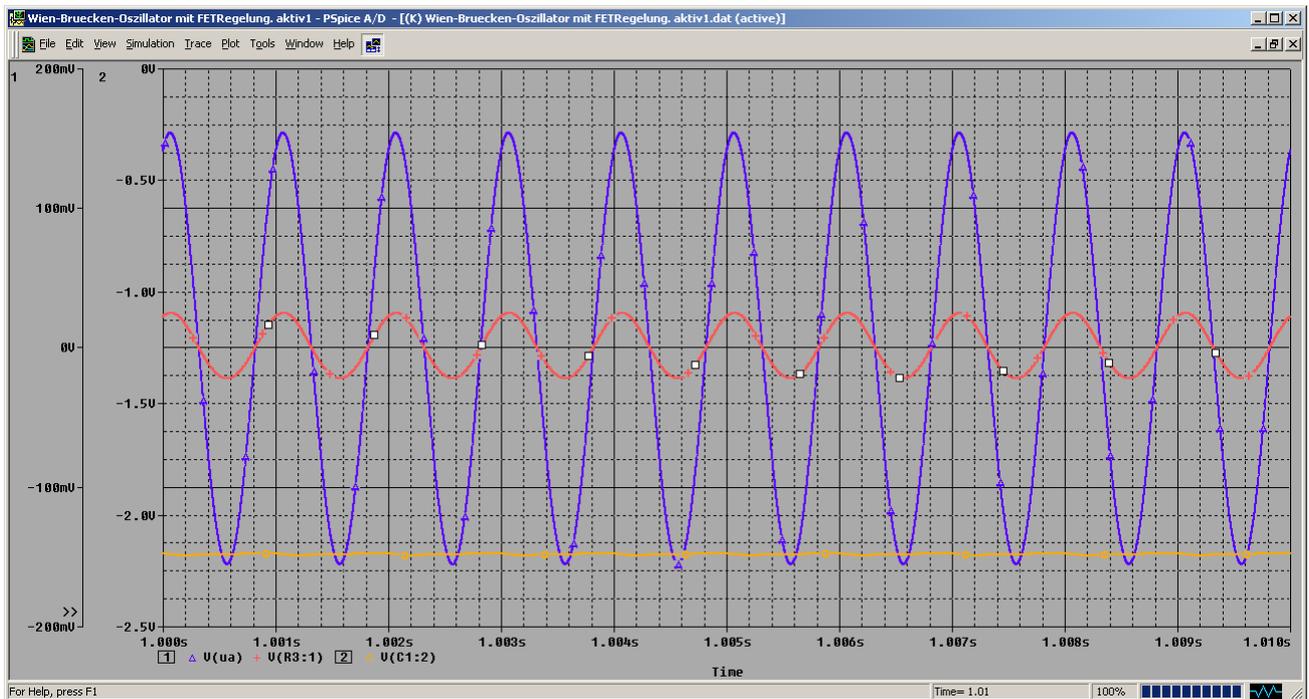


Bild 1-51: Spannungsverläufe beim Wien-Brücken-Oszillators mit FET-Stabilisierung mit aktivem Gleichrichter nach Bild 1-49.

1.5 Praxishinweise für NF-Oszillatoren mit Operationsverstärkern

Allgemein:

Für die Slew-Rate SR des verwendeten Operationsverstärkers sollte gelten:

$$SR > 2\pi f_o \hat{u}_A \quad (1.61)$$

Sonst ist eine Begrenzung des Ausgangssignals zu erwarten.

Gemäss [KEN88] hat das Verstärkungs-Bandbreitenprodukt GBW einen erheblichen Einfluss auf die Oszillationsfrequenz. Bei

$$GBW \geq 43f_o \quad (1.62)$$

ist sichergestellt, dass der Fehler von $\delta_{f_o} < 10\%$ (!) bei einer idealen Verstärkung von 3.0 ist. Ist das GBW kleiner, wird die Schwingfrequenz vermindert. Dies kann durch eine höhere Frequenz zur Dimensionierung berücksichtigt werden (sog. Predistortion).

Das GBW hat auch einen Einfluss auf die benötigte maximale Verstärkung, z.B. > 3.0 beim Wien-Brücken-Oszillator. Je kleiner das GBW des Operationsverstärkers, desto grösser wird die benötigte Verstärkung um die Oszillation aufrecht zu erhalten. Bei

$$GBW \geq 6.4f_o \quad (1.63)$$

ist sichergestellt, dass dieser Verstärkungsfehler $\leq 10\%$ ist. (Gemäss [KEN88])

Für andere Oszillatorschaltungen gelten diese Einschränkungen in übertragener Form.

Mit geeigneten Schaltungen und individuellem Abgleich können Klirrfaktoren unter 0.1% erreicht werden.

Tiefe Frequenzen:

Oszillatoren für Frequenzen $< 10\text{Hz}$ verlangen grosse Kapazitäten. Elektrolytkondensatoren sind wegen der grossen Toleranzen, Temperaturabhängigkeit und schlechtem Alterungsverhalten absolut ungeeignet.

Werden Operationsverstärker mit FET-Eingängen verwendet, können ohne Probleme Widerstände im $M\Omega$ -Bereich für das frequenzbestimmende Netzwerk benutzt werden. Die tiefste zu erreichende Frequenz dürfte aber durch die Amplitudenregelung gegeben sein. Diese sind wegen der extrem grossen Zeitkonstanten schwierig zu realisieren.

FET-Stabilisierung:

Für einen kleinen Klirrfaktor ist eine kleine Ausgangsspannung zu wählen. Wird mit einer einfachen Regelung gearbeitet, sollte die U_p des FET betragsmässig möglichst klein sein. Es sind FET mit U_p in der Grössenordnung von 0.5V verfügbar. Der erreichbare Klirrfaktor liegt dann in der Grössenordnung von 1%.

Bei der Wahl sollte beachtet werden, dass die Widerstandswerte für R_p, \dots, R_3 weder zu gross noch zu klein werden.

1.6 LC Oszillatoren

Diese Art wird zur Erzeugung von Sinusschwingungen höherer Frequenz verwendet. Mit LC-Oszillatoren können auch NF-Generatoren realisiert werden, jedoch werden die hierzu benötigten Induktivitäten sehr gross.

Nachteilig ist bei LC-Oszillatoren die schlechte Frequenzkonstanz aufgrund der Temperaturabhängigkeit und Alterung. Zwar können durch konstruktive Massnahmen (Thermostat, Isolation) und Wahl geeigneter Temperaturkoeffizienten für die frequenzbestimmenden Bauteile die Temperatureinflüsse stark reduziert werden, trotzdem kann nie eine Stabilität wie bei einem Quarzoszillator erreicht werden.

1.6.1 Grundsaltungen für LC-Oszillatoren

Die praktische Schaltungstechnik kennt zahlreiche Grundsaltungen. Die wichtigsten sind in Bild 1-53 aufgeführt. Sie unterscheiden sich in der Art wie Rückkopplung realisiert wird.

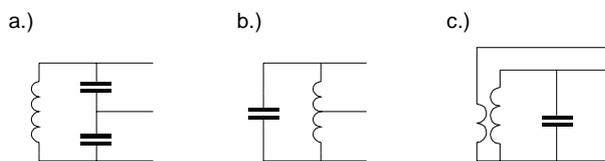


Bild 1-52: Rückkopplungsarten bei LC-Oszillatoren.
a.) Kapazitive Teilung.
b.) Induktive Teilung.
c.) Transformatorische Rückführung.

Die wichtigste und wohl am meisten verwendete Schaltung ist die Colpitts-Schaltung. Sie hat den Vorteil, dass die Rückführung mit einer kapazitiven Teilung erfolgt und nur eine einfache Induktivität benötigt wird.

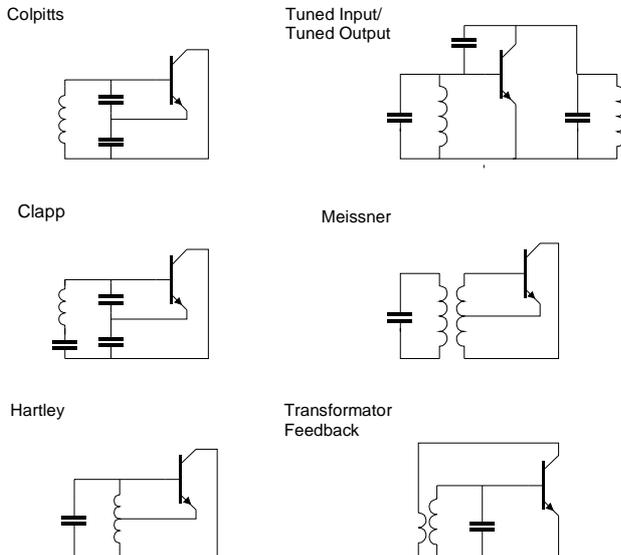


Bild 1-53: Grundsaltungen für LC-Oszillatoren. Die Aufzählung ist nicht vollständig.

Jede der Grundsaltungen nach Bild 1-53 kann in Emitter- Basis- oder Kollektorschaltung realisiert werden. Ebenso ist anstatt eines Bipolartransistors die Verwendung eines FET möglich.

Für einen LC-Oszillator wird meist eine Basis- oder Gateschaltung verwendet.

Ein Grund ist die kleinere Rückwirkung bei der Basisschaltung als bei Emitter- oder Kollektorschaltung. Für die Oszillation ist zwar Rückwirkung grundsätzlich erwünscht und sogar notwendig, jedoch möchte man dies mit einer externen Rückführung definieren.

Weiter bleibt bei Bipolartransistoren die Stromverstärkung der Basisschaltung α bis etwa $f_T/2$ praktisch konstant und weist nur eine kleine Phasenverschiebung auf. Bei Emitterschaltung nimmt die Stromverstärkung schon bei tiefen Frequenzen mit 20dB/Dekade ab, einhergehend mit einer 90°-Phasenverschiebung bei höheren Frequenzen.

1.6.2 Colpitts-Oszillator

Er hat den Vorteil, dass nur eine einfache Induktivität ohne Abgriff benötigt wird. Die Rückkopplung wird mit einem kapazitiven Teiler realisiert. Meist wird eine Basis- oder Gateschaltung verwendet.

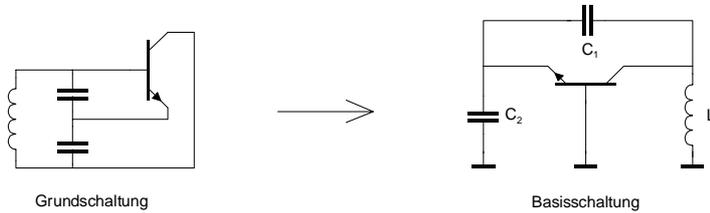


Bild 1-54: Prinzip des Colpitts-Oszillators in Basisschialtung. Es sind nur der Transistor sowie die Rückführung gezeigt.

Diese einfache Schaltung ist für eine Dimensionierung und Analyse aber ungeeignet.

Für die Dimensionierung wird die Schwingfrequenz f_o und die abzugebende Leistung P_L an eine definierte Last R_L spezifiziert. Mit diesen Vorgaben gilt für den Oszillator:

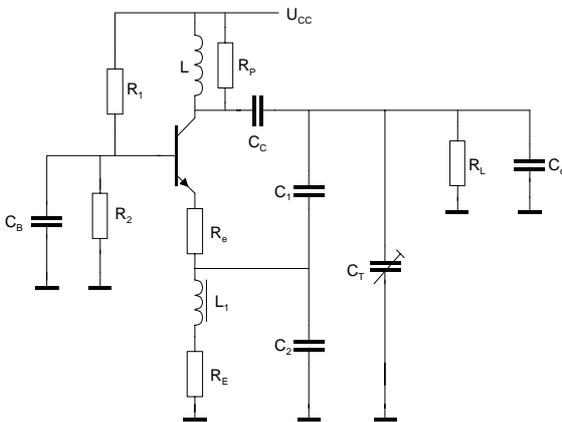


Bild 1-55: Schaltbild für die Dimensionierung nach Formelsatz.

DC:

$$I_C = \frac{1}{1.11} \sqrt{\frac{4P_{Leff}}{R_L}} \quad (1.64)$$

$$U_{CB} = I_C \frac{R_L}{2} \quad (1.65)$$

$$R_E = \frac{U_{CC} - U_{CB} - U_{BE} - I_C R_e}{I_C} \quad (1.66)$$

AC:

$$h_{11b} \approx \frac{1V}{38.9 \cdot I_C} \quad R_e = 50..200\Omega \quad (1.67)$$

$$R_i = R_e + h_{11b} \quad (1.68)$$

$$C = C_S + C_T + C_o \quad (1.69)$$

$$N = \sqrt{\frac{R_L R_p}{R_i (R_p - R_L)}} \quad (1.70)$$

$$C_1 = \frac{NC_S}{N-1} \quad C_2 = NC_S \quad (1.71)$$

R_E wird so dimensioniert, dass die Schaltung an eine Stromversorgung mit definierter Spannung U_{CC} betrieben werden kann. Ist R_E gross, kann auf die Drossel L_1 verzichtet werden. R_p wird aus der Güte der Schwingkreisinduktivität L bei f_o bestimmt. C_B und C_C sind Abblock- bzw.

Koppelkondensatoren. Sie sind so dimensioniert, dass sie bei f_o einen vernachlässigbar kleinen Widerstand darstellen. C_T stellt einen Abgleichtrimmer zur Feineinstellung der Frequenz. Falls die Induktivität abgleichbar ist, oder keine Abgleichmöglichkeit gewünscht wird, wird C_T weggelassen. Mit C_o können von der Masse zum Kollektor wirkende parasitäre Kapazitäten gesamthaft berücksichtigt werden. Darunter fallen Schaltungskapazitäten, BC-Kapazität des Transistors und, wenn vorhanden, eine Lastkapazität. R_e dient zur Einflussmilderung der BE-Kapazität auf die Schaltung und damit die Schwingfrequenz. R_e wird für die Praxis wesentlich grösser als h_{11b} gewählt, typisch ist $R_e > 10h_{11b}$.

1.6.2.1 Analyse des Colpitts-Oszillators

Nachfolgend wird eine Analyse der Schaltung durchgeführt. Ziel der Arbeit ist die Herleitung der Dimensionierungsgleichungen. Grundlage bildet die Schaltung nach Bild 1-54. Sie wurde [RAB88] publiziert und dokumentiert, wenn auch in etwas anderer Form.

Die Schaltung beinhaltet alle für die Praxis wesentlichen Komponenten, auch parasitäre Elemente.

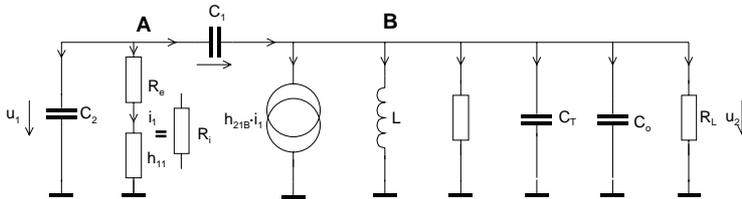


Bild 1-56: Wechselstrommässiges Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Analyse des Colpitts-Oszillators nach Bild 1-54.

Vorbereitende Zusammenhänge:

$$u_1 = u_{C1} + u_2 \quad i_1 = \frac{u_1}{R_i}$$

$$A: \quad 0 = u_1 s C_2 + \frac{u_1}{\underbrace{R_e + h_{11}}_{R_i}} + (u_1 - u_2) s C_1$$

$$0 = u_1 (1 + s R_i (C_1 + C_2)) - u_2 s R_i C_1$$

$$B: \quad (u_1 - u_2) s C_1 = h_{21} \cdot i_1 + \frac{u_2}{s L} + u_2 s C_T + u_2 s C_o + \frac{u_2}{R_L}$$

$$u_1 s^2 L C_1 R_L - u_2 s^2 L C_1 R_L = h_{21} \cdot i_1 s L R_L + u_2 R_L + u_2 s^2 L C_T R_L + u_2 s^2 L C_o R_L + u_2 s L$$

$$0 = u_1 \left(\frac{h_{21} s L R_L}{R_i} - s^2 L C_1 R_L \right) + u_2 (R_L + s L + s^2 L R_L (C_1 + C_T + C_o))$$

Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 1 + s R_i (C_1 + C_2) & -s R_i C_1 \\ \frac{h_{21} s L R_L}{R_i} - s^2 L C_1 R_L & R_L + s L + s^2 L R_L (C_1 + C_T + C_o) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

Für die weiteren Untersuchungen wird die Systemdeterminante gebildet und die s -Komponenten nach Potenzen geordnet aufgelistet:

$$\det \begin{pmatrix} 1 + s R_i (C_1 + C_2) & -s R_i C_1 \\ \frac{h_{21} s L R_L}{R_i} - s^2 L C_1 R_L & R_L + s L + s^2 L R_L (C_1 + C_T + C_o) \end{pmatrix} =$$

$$R_L + s L + s^2 L R_L (C_1 + C_T + C_o) + s C_1 R_i R_L + s^2 L C_1 R_i + s^3 L C_1 R_i R_L (\cancel{C_1} + C_T + C_o) R_i R_L + s C_2 R_i R_L +$$

$$s^2 L C_2 R_i + s^3 L C_2 R_i R_L (C_1 + C_T + C_o) R_i R_L + \frac{h_{21} s L R_L}{R_i} s \cancel{R_i} C_1 - \cancel{s^3 L C_1^2 R_L R_i}$$

$$s^3 : L C_1 R_i R_L (C_T + C_o) + L C_2 R_i R_L (C_1 + C_T + C_o) = R_i R_L L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o))$$

$$s^2 : L R_L (C_1 + C_T + C_o) + R_i L (C_1 + C_2) + h_{21} L C_1 R_L$$

$$s : L + R_i R_L (C_1 + C_2)$$

$$s^0 : R_L \quad (1.73)$$

Bei Resonanz ω_o wird der Imaginärteil der Systemdeterminante Null. Die Schwingfrequenz wird daher:

$$\begin{aligned} \omega_o(L + R_i R_L (C_1 + C_2)) - \omega_o^3 R_i R_L L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o)) &= 0 \\ L + R_i R_L (C_1 + C_2) &= \omega_o^2 R_i R_L L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o)) \\ \omega_o^2 &= \frac{L + R_i R_L (C_1 + C_2)}{R_i R_L L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o))} \end{aligned} \quad (1.74)$$

Man erkennt in (1.74), dass die Schwingfrequenz von der reinen LC-Beschaltung, wie auch vom Transistor und der Last abhängig ist:

$$\omega_o^2 = \underbrace{\frac{1}{R_i R_L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o))}}_{\text{Durch Transistor und Last bestimmt}} + \underbrace{\frac{C_1 + C_2}{L (C_1 (C_T + C_o) + C_2 (C_1 + C_T + C_o))}}_{\text{Durch LC-Kreis bestimmt}} \quad (1.75)$$

Je grösser R_i und R_L sind, desto kleiner sind deren Einflüsse auf die Frequenz, wie (1.75) zu erkennen ist. Das ist aber nicht zu überbewerten, weil diese Einflüsse in der Regel konstant sind und entsprechend berücksichtigt werden können. Der Fehler liegt normalerweise im Promillebereich und ist, verglichen mit den Komponententoleranzen, unbedeutend.

Aus (1.75) kann eine Gleichung hergeleitet werden, die es erlaubt die Kapazität unter Berücksichtigung von R_i und R_L zu bestimmen:

$$C = \frac{R_i R_L N (1 + \omega_o^2 L (C_T + C_o)) + \sqrt{R_i^2 R_L^2 N^2 (1 - \omega_o^2 L (C_T + C_o))^2 + 4 \omega_o^2 L^2 (N - 1) R_i R_L}}{2 \omega_o^2 L N R_i R_L} \quad (1.76)$$

Durch Auswerten des Realteiles der Systemdeterminanten kann die für das Anschwingen minimal benötigte Stromverstärkung bestimmt werden. Beim Colpitts-Oszillator in Basisschaltung ist solange $f_o < f_T/2$ die Stromverstärkung immer genügend gross.

1.6.2.2 Herleitung der Dimensionierungsgleichungen

Für die Praxis wird die Schaltung nach Bild 1-57 verwendet. Sie wurde aus [KRA88] übernommen. Für die Dimensionierung eines Oszillators gelten drei Vorgaben:

- 1.) Schwingfrequenz f_o
- 2.) Grösse des Lastwiderstandes R_L
- 3.) Die an die Last abzugebende Leistung P_L

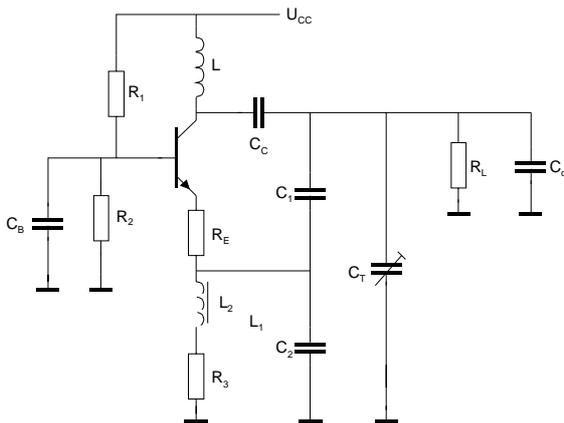


Bild 1-57: Vollständige Schaltung eines Colpitts-Oszillators in Basisschaltung mit Bipolartransistor.

Punkt 3.) bildet die Grundlage für die Wahl des Transistors und Arbeitspunkt. Punkt 1.) legt die Werte der frequenzbestimmenden Komponenten fest. Diese sind aber von Werten aus 3.) abhängig.

1.6.2.3 DC-Dimensionierung

Mit der DC-Dimensionierung wird der Arbeitspunkt des Transistors so festgelegt, dass die erforderliche Leistung an die Last abgegeben werden kann.

Im Ausgangskennlinienfeld wird die dynamische Lastgerade eingezeichnet. Sie hat die Steigung $-1/R_o$:

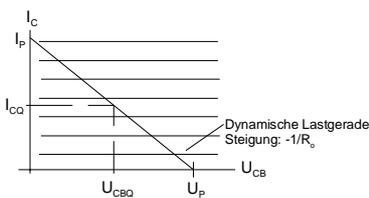
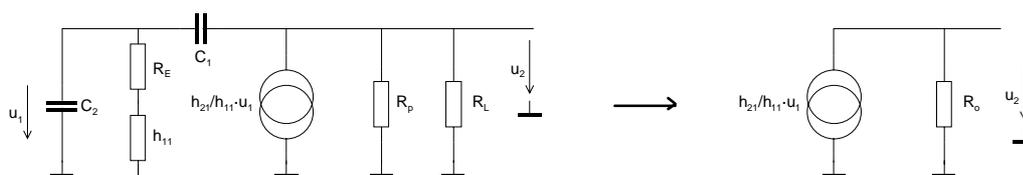


Bild 1-58: Idealisiertes Ausgangskennlinienfeld im Abschnürbereich mit Lastgeraden für die DC-Dimensionierung.

Der Oszillator kann wechselstrommässig als Stromquelle mit einem Parallelwiderstand R_o angesehen werden.



R_o verkörpert sämtliche parallel anliegenden Widerstände. Die sind der Lastwiderstand, der (transformierte) Eingangswiderstand des Transistors R_i und die Schwingkreisverluste R_p .

$$R_o = \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_p} + \frac{1}{N^2 \cdot R_i} \right)^{-1} \quad \text{mit } N = \frac{C_2 - C_1}{C_1} \quad (1.77)$$

Der Arbeitspunkt wird für eine symmetrische Aussteuerung festgelegt. Daher wird $U_{BC} = U_p/2$ und $I_C = I_p/2$. Der Aussteuerbereich für I_C liegt in $0..I_p$.

Die Schaltung wird für Leistungsanpassung an den Lastwiderstand dimensioniert. Mit (1.77) heisst dies:

$$R_L = R_p \parallel (N^2 \cdot R_i) = \frac{R_o}{2} \quad (1.78)$$

Im Arbeitspunkt wird für diesen Fall der Strom hälftig auf R_L und $R_o/2$ aufgeteilt. An die Last wird daher folgende Leistung als Mittelwert geliefert:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{I_C}{2} \right)^2 R_L = \frac{I_C^2 R_L}{4} \quad (1.79)$$

Diese Formel ist eine grobe Näherung für einen Anhaltspunkt bei der Dimensionierung. Mit dem Formfaktor für den Effektivwert wird (1.79):

$$P_{Leff} = 1.11 \frac{I_C^2 R_L}{4} \quad (1.80)$$

Der maximale Wirkungsgrad einer Klasse-A Schaltung beträgt theoretisch 25%. Daher ist ein Transistor einzusetzen, der mindestens die vierfache Verlustleistung P_{DC} abführen kann.

Für die Schaltung sollte ein relativ grosser Emittorwiderstand R_E vorgesehen werden, damit C_2 nicht zu stark beeinflusst wird. Alternativ kann auch eine HF-Drossel L_1 eingefügt werden so, dass R_E auf keinen C_2 keinen wechselstrommässigen Einfluss hat.

1.6.2.4 AC-Dimensionierung

Sie bezweckt das Festlegen der frequenzbestimmenden Komponenten der Oszillatorschaltung. Es wird ein Transistor ausgewählt, der mindestens die doppelte Transitfrequenz f_T wie die Oszillatorfrequenz f_o aufweist. Dann ist in jedem Fall sichergestellt, dass die Stromverstärkung für ein sicheres Anschwingen hinreichend gross ist.

$$f_{Tmin} \geq 2f_o \quad (1.81)$$

Aus der geforderten Schwingfrequenz sind nun die Induktivität und die Kapazitäten zu bestimmen. Ausgehend von einer existierenden Schwingkreisgüte Q_o kann die gesamte Schwingkreiskapazität C bestimmt werden:

$$C = \frac{Q_o}{2\pi f_o R_o} \quad C = C_o + C_T + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (1.82)$$

Praxiswerte für Q_o liegen im Bereich 20..80. Die Induktivität wird mit dem Resultat aus (1.82):

$$L = \frac{1}{(2\pi f_o)^2 C} \quad (1.83)$$

Häufig werden Normwerte für Induktivitäten verwendet. In diesem Fall wird aus dem gewählten Normwert das zugehörige C bestimmt. Nach Möglichkeit sollte das Q_L der Induktivität unter Betriebsbedingungen gemessen werden können, um die parasitären Grössen hinreichend zu berücksichtigen.

Für Leistungsanpassung muss nun R_i so dimensioniert werden, dass (1.78) erfüllt werden kann. Hierfür ist das notwendige Übersetzungsverhältnis N zu bestimmen, das diese Forderung erfüllt:

$$R_L = \frac{R_p N^2 R_i}{R_p + N^2 R_i}$$

$$R_L R_p + R_L N^2 R_i = R_p N^2 R_i$$

$$R_L R_p = R_p N^2 R_i - R_L N^2 R_i = N^2 R_i (R_p - R_L)$$

$$N^2 = \frac{R_L R_p}{R_i (R_p - R_L)} \quad \rightarrow N = \sqrt{\frac{R_L R_p}{R_i (R_p - R_L)}} \quad (1.84)$$

Mit N und C direkt die Kondensatoren C_1, C_2 mit Tabelle 1-5 bestimmt werden. Mit der Hilfsgrösse C_s werden die Kondensatoren:

$$C_s = C - C_T - C_o$$

$$C_1 = \frac{N \cdot C_s}{N - 1} \quad (1.85)$$

$$C_2 = N \cdot C_s \quad (Q_o > 10) \quad (1.86)$$

Ist die Güte $Q_o < 10$, sind (1.85),(1.86) zu ungenau. Für diesen Fall müssen die exakten Gleichungen in Tabelle 1-5 verwendet werden.

Der Eingangswiderstand h_{11b} kann problemlos mit der Näherung berechnet werden:

$$h_{11b} \approx \frac{1V}{38.9 \cdot I_C} \quad (1.87)$$

Zu berücksichtigen wäre eigentlich auch die nicht unerhebliche BE-Diffusionskapazität. Um diesen Einfluss zu reduzieren, wird der Seriewiderstand R_e eingebracht. Er soll wesentlich grösser als h_{11b} sein. Alternativ kann man die BE-Kapazität auch in der Rechnung berücksichtigen.

Soll die Frequenz f_o mit einem Trimmer abgleichbar sein, wird für C_T der Mittelwert des Trimmkondensators eingesetzt. Sind parasitäre Kapazitäten (Schaltungs-, Lastkapazitäten) zu berücksichtigen, können diese gesamthaft in C_o eingebracht werden.

Beispiel 1-11: 10MHz Colpitts-Oszillator

Es soll ein Colpitts-Oszillator nach Bild 1-57 dimensioniert werden. Er soll eine Leistung von 10mW an eine Last von 2kΩ abgeben. Für den Schwingkreis steht eine Standardinduktivität mit $L=2.2\mu\text{H}$ zur Verfügung. Die Güte wurde bei 10MHz mit $Q_L=80$ gemessen. Es ist eine Abgleichmöglichkeit für die Frequenz vorzusehen. Kann die Schaltung an einer Spannung von 12V betrieben werden?

Lösung:

Der zu verwendende Transistor muss mindestens eine Verlustleistung von $P_D=40\text{mW}$ abführen können und eine Transitfrequenz $f_T>20\text{MHz}$ haben.

Es wird ein BF240 von Philips gewählt mit den Katalogdaten $f_T=380\text{MHz}$, $U_{BE\text{typ}}=0.7\text{V}@I_C=1\text{mA}$ und $P_{D\text{max}}=0.25\text{W}$. Die weiteren Parameter werden nach der DC-Dimensionierung aus dem Simulatormodell bestimmt.

Der Arbeitspunkt wird (1.64) gewählt. Anschliessend wird mit (1.65) U_{CB} bestimmt und daraus wird mit (1.66) der Emitterwiderstand R_E für eine Speisespannung von 12V berechnet. Der Betrieb an einer 12V-Quelle ist also möglich. Der Basisspannungsteiler wird wie bei einem einstufigen Transistorverstärker dimensioniert. Hier wurde ein Querstromfaktor $k=10$ frei gewählt. Mit diesen Werten wird die Simulation erstmalig durchgeführt. Anschliessend werden aus dem Modell die aktuellen Werte für β_{ETADC} und V_{BE} gelesen und die neuen Werte berechnet.

Vorgaben:

$$f_0 := 10\text{MHz} \quad P_L := 10 \cdot 10^{-3}\text{W} \quad R_L := 2\text{k}\Omega \quad Q_L := 80$$

$$L := 2.2\mu\text{H} \quad R_C := 100\Omega \quad U_{CC} := 12\text{V}$$

Berechnungen:

$$H_{FE} := 112 \quad U_{BE} := 0.763\text{V}$$

DC-Dimensionierung

$$I_C := \frac{1}{1.11} \sqrt{\frac{4P_L}{R_L}} \quad I_C = 4.029 \times 10^{-3}\text{A}$$

$$U_{CB} := I_C \cdot \frac{R_L}{2} \quad U_{CB} = 4.029 \times 10^0\text{V}$$

$$R_E := \frac{U_{CC} - U_{CB} - U_{BE} - I_C \cdot R_C}{I_C} \quad R_E = 1.689 \times 10^3\Omega$$

$$k := 10 \quad (\text{gewählt})$$

$$R_2 := H_{FE} \cdot \frac{I_C \cdot (R_C + R_E) + U_{BE}}{k \cdot I_C} \quad R_2 = 22.159 \times 10^3\Omega$$

$$R_1 := H_{FE} \cdot \frac{U_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) - U_{BE}}{(k + 1) \cdot I_C} \quad R_1 = 10.182 \times 10^3\Omega$$

Damit ist die DC-Dimensionierung abgeschlossen und es erfolgt eine Simulation zur Kontrolle.

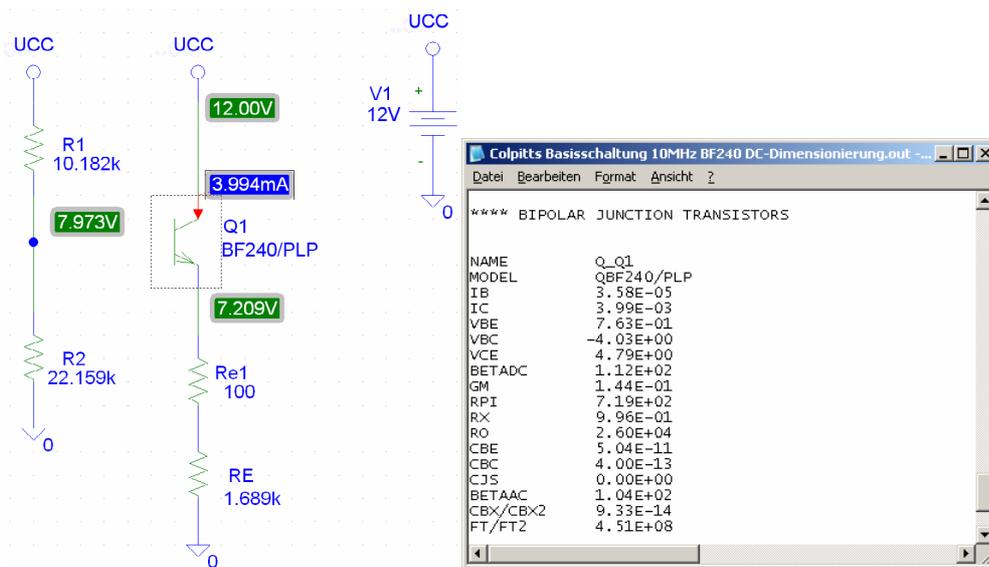


Bild 1-59l: DC Dimensionierung des Colpitts-Oszillators nach Beispiel 1-11.

Bild 1-59r: Transistordaten im Arbeitspunkt.

Im nächsten Schritt wird R_p aus der Güte der Induktivität bestimmt. Mit (1.67) und (1.68) werden h_{11b} und R_i berechnet. Anschliessend wird mit (1.70) das Transformationsverhältnis N und mit (1.69) die gesamte wirksame Schwingkreiskapazität C und daraus die Werte für C_1 , C_2 :

AC-Dimensionierung: $C_0 := 0\text{pF}$ $C_T := 9\text{pF}$

$\omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f_0$

$R_p := \omega_0 \cdot L \cdot Q_L$ $R_p = 11.058 \times 10^3 \Omega$

$h_{11} := \frac{1V}{38.9 \cdot I_C}$ $h_{11} = 6.381 \Omega$

$R_i := R_c + h_{11}$ $R_i = 106.381 \Omega$

$N := \sqrt{\frac{R_L \cdot R_p}{R_i \cdot (R_p - R_L)}}$ $N = 4.791 \times 10^0$

$C := \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L}$ $C = 115.138 \times 10^{-12} \text{F}$

$C_S := C - C_T - C_0$ $C_S = 106.138 \times 10^{-12} \text{F}$

$C_1 := \frac{N \cdot C_S}{N - 1}$ $C_1 = 134.137 \times 10^{-12} \text{F}$

$C_2 := N \cdot C_S$ $C_2 = 508.48 \times 10^{-12} \text{F}$

Die vollständige Schaltung nach Bild 1-60 wird simuliert

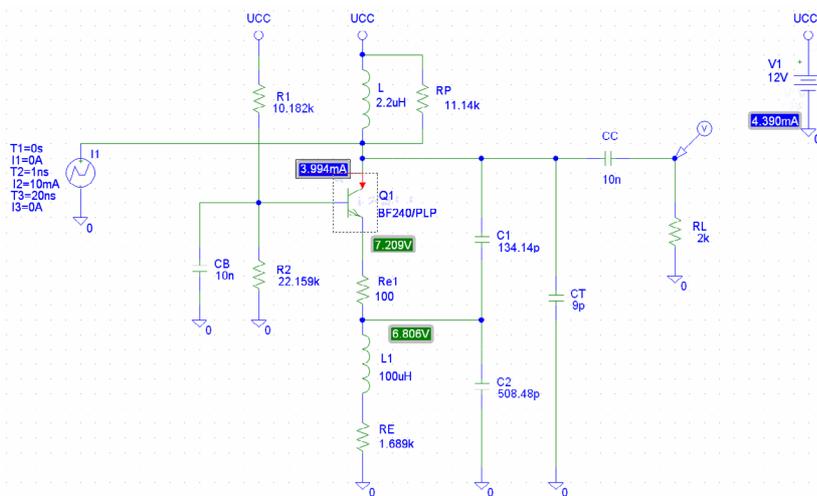


Bild 1-60: Vollständige Schaltung des Colpitts-Oszillators zur Simulation nach Beispiel 1-11.

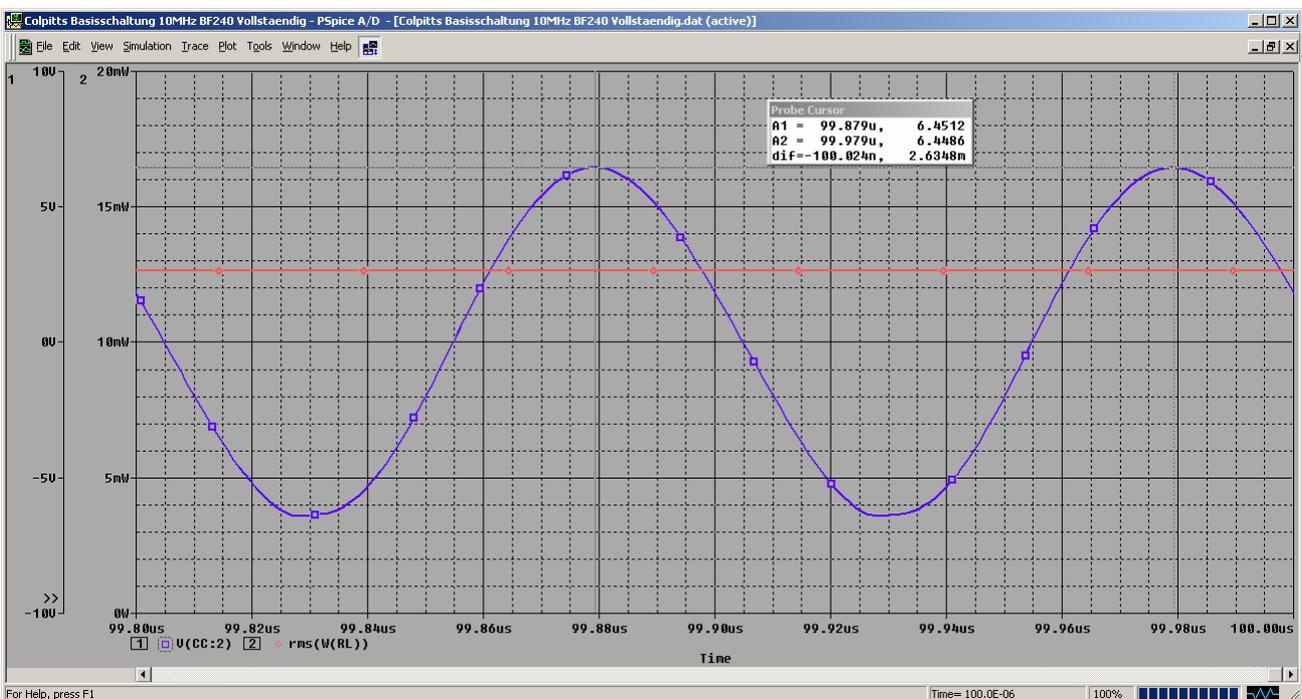


Bild 1-61: Ausgangsspannung und Ausgangsleistung für die Schaltung nach Bild 1-60.

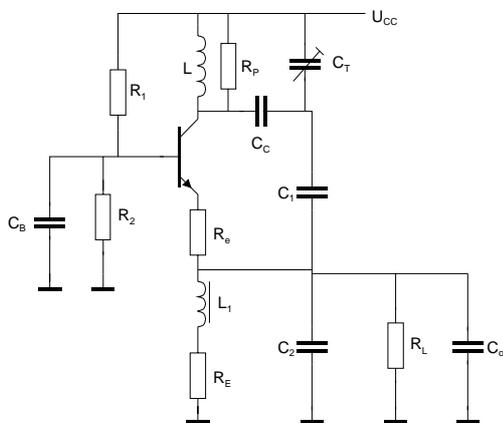
Das Resultat zeigt, dass die Schwingfrequenz exakt eingehalten wird. Die Ausgangsleistung ist gegenüber der Vorgabe von 10mW etwas zu hoch. Das liegt an der Ungenauigkeit der Gleichung (1.80) Aus mehreren Versuchen wäre ein präziseres Resultat mit einem Faktor 1.15 anstatt 1.11 zu erwarten. Alternativ kann die Speisespannung reduziert werden oder der Widerstand R_e auf 180Ω erhöht werden.

1.6.2.5 Colpitts-Oszillator für einen niedrigen Lastwiderstand

Soll ein Colpitts-Oszillator für einen niedrigen Lastwiderstand ($R_L < 1\text{k}\Omega$) dimensioniert werden, ist Schaltung nach Bild 1-55 ungeeignet. Die Kreisgüte würde durch einen niedrigeren Lastwiderstand zu stark reduziert.

Eine Lösung besteht darin, die Last am kapazitiven Spannungsteiler anzuschliessen. Alternativ könnte auch eine Pufferstufe zur Entkopplung nachgeschaltet werden.

Das nachfolgend gezeigte Vorgehen wurde aus [KRA88] übernommen und zeigt einen Weg zur Dimensionierung.



$$DC: R_p = \omega_o L Q_L \quad (1.88)$$

$$N = \sqrt{\frac{2R_p}{R_L}} \quad (1.89)$$

$$I_C \approx 3 \sqrt{\frac{P_{Leff}}{R_p}} \quad [KRA88]: I_C \approx 4 \sqrt{\frac{P_{Leff}}{R_p}} \quad (1.90)$$

$$U_{CB} = I_C \frac{R_p}{2} \quad (1.91)$$

$$R_E = \frac{U_{CC} - U_{CB} - U_{BE} - I_C R_e}{I_C} \quad (1.92)$$

$$AC: h_{11b} \approx \frac{1}{38.9 \cdot I_C} \quad R_e = 50 \cdot 200\Omega \quad (1.93)$$

$$R_i = R_e + h_{11b} \quad (1.94)$$

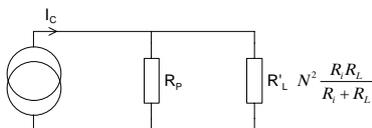
$$C = C_s + C_T + C_o \quad (1.95)$$

$$\omega_o \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.96)$$

$$C_1 = \frac{NC_s}{N-1} \quad C_2 = NC_s \quad (1.97)$$

1.6.2.6 Analyse der Schaltung

Der Oszillator arbeitet als Stromquelle, die die beiden Widerstände R_p und R'_L speist:



Um sicherzustellen, dass der Basisstrom für ein sicheres Anschwingen genügend gross ist, wird $R_i = R_L$ gewählt. Damit gilt für Leistungsanpassung an die Last.

$$R_p = \frac{N^2 R_L}{2} \quad (1.98)$$

Der Arbeitspunkt wird nach Bild 1-58 mit dem wirksamen dynamischen Lastwiderstand dimensioniert und man erhält für den Arbeitspunkt mit analogem Vorgehen zu (1.80):

$$I_C \approx 3 \sqrt{\frac{P_{Leff}}{R_p}} \quad (1.99)$$

$$U_{CB} \approx \frac{I_C R_p}{2} \quad (1.100)$$

Der Faktor 3 in (1.99) wurde experimentell bestimmt. Er zeigt eine bessere Übereinstimmung der Leistung als wenn der aus der Analyse hervorgehende Wert 4 (mal Formfaktor) verwendet wird. Die Kondensatoren C_p , C_2 werden mit Tabelle 1-7 bestimmt. Es sind hierzu die Gleichungen für $Q_p < 10$ zu verwenden. Die gesamte wirksame Schwingkreiskapazität C wird analog (1.83):

$$C = \frac{1}{\omega_o^2 L}$$

Die Kapazität C setzt sich aus der Kapazität C_o (Schaltungs-, Last und Transistorausgangskapazität), sowie dem Abgleichtrimmer C_T und der Kapazität des Teilers C_S zusammen:

$$C = C_S + C_T + C_o$$

Die weitere Dimensionierung erfolgt nach Tabelle 1-7.

Beispiel 1-12: 10MHz Colpitts-Oszillator mit kleinem RL.

Zu dimensionieren ist ein Colpitts-Oszillator nach Bild 1-57. Er soll eine Leistung von 10mW an eine Last von $R_L=50\Omega$ abgeben. Sonst gelten die gleichen Vorgaben wie in Beispiel 1-11.

Lösung:

Die Schaltung wird nach Formelsatz (1.88)-(1.97) dimensioniert. Man stellt fest, dass eine Speisespannung von $U_{CC}>16.55V$ notwendig ist. Es wird eine Spannung $U_{CC}=25V$ gewählt. Die Berechnungen werden im Detail:

Vorgaben:

$$f_O := 10\text{MHz} \quad P_L := 10 \cdot 10^{-3}\text{W} \quad R_L := 50 \cdot \Omega \quad Q_L := 80$$

$$L := 2.2\mu\text{H} \quad R_e := 100\Omega \quad U_{CC} := 25V$$

Berechnungen: $H_{FE} := 129$ $U_{BE} := 0.763V$

DC-Dimensionierung

$$\omega_O := 2 \cdot \pi \cdot f_O$$

$$R_p := \omega_O \cdot L \cdot Q_L \quad R_p = 11.058 \times 10^3 \Omega$$

$$N := \sqrt{\frac{2 \cdot R_p}{R_L}} \quad N = 21.032 \times 10^0$$

$$I_C := 3 \sqrt{\frac{P_L}{R_p}} \quad I_C = 2.853 \times 10^{-3} \text{A}$$

$$U_{CB} := I_C \cdot \frac{R_p}{2} \quad U_{CB} = 15.774 \times 10^0 \text{V}$$

$$R_E := \frac{U_{CC} - U_{CB} - U_{BE} - I_C \cdot R_e}{I_C} \quad R_E = 2.867 \times 10^3 \Omega$$

$k := 10$ (gewählt)

$$R_2 := H_{FE} \cdot \frac{I_C \cdot (R_e + R_E) + U_{BE}}{k \cdot I_C} \quad R_2 = 41.719 \times 10^3 \Omega$$

$$R_1 := H_{FE} \cdot \frac{U_{CC} - I_C \cdot (R_e + R_E) - U_{BE}}{(k + 1) \cdot I_C} \quad R_1 = 64.842 \times 10^3 \Omega$$

AC-Dimensionierung: $C_0 := 0\text{pF}$ $C_T := 9\text{pF}$

$$h_{11} := \frac{1V}{38.9 \cdot I_C} \quad h_{11} = 9.011\Omega$$

$$R_i := R_e + h_{11} \quad R_i = 109.011\Omega$$

$$C := \frac{1}{\omega_O^2 \cdot L} \quad C = 115.138 \times 10^{-12} \text{F}$$

$$C_S := C - C_T - C_0 \quad C_S = 106.138 \times 10^{-12} \text{F}$$

$$C_1 := \frac{N \cdot C_S}{N - 1} \quad C_1 = 111.436 \times 10^{-12} \text{F}$$

$$C_2 := N \cdot C_S \quad C_2 = 2.232 \times 10^{-9} \text{F}$$

Die Schaltung wird simuliert und wir erhalten die Resultate:

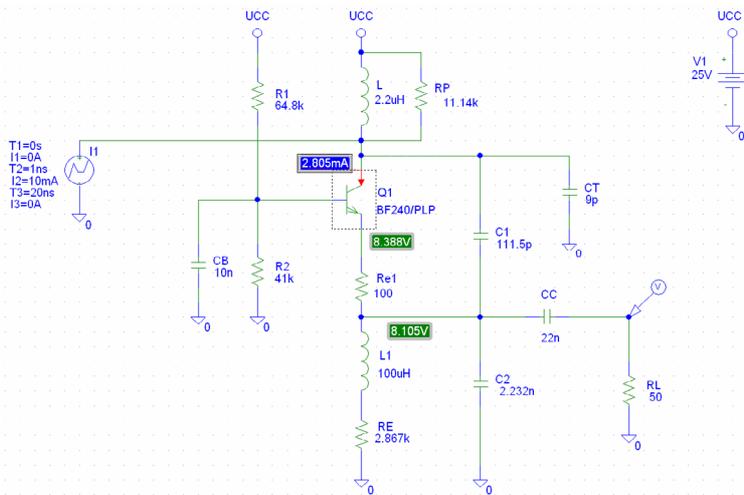


Bild 1-62: Vollständige Schaltung des Colpitts-Oszillators zur Simulation nach Beispiel 1-12.

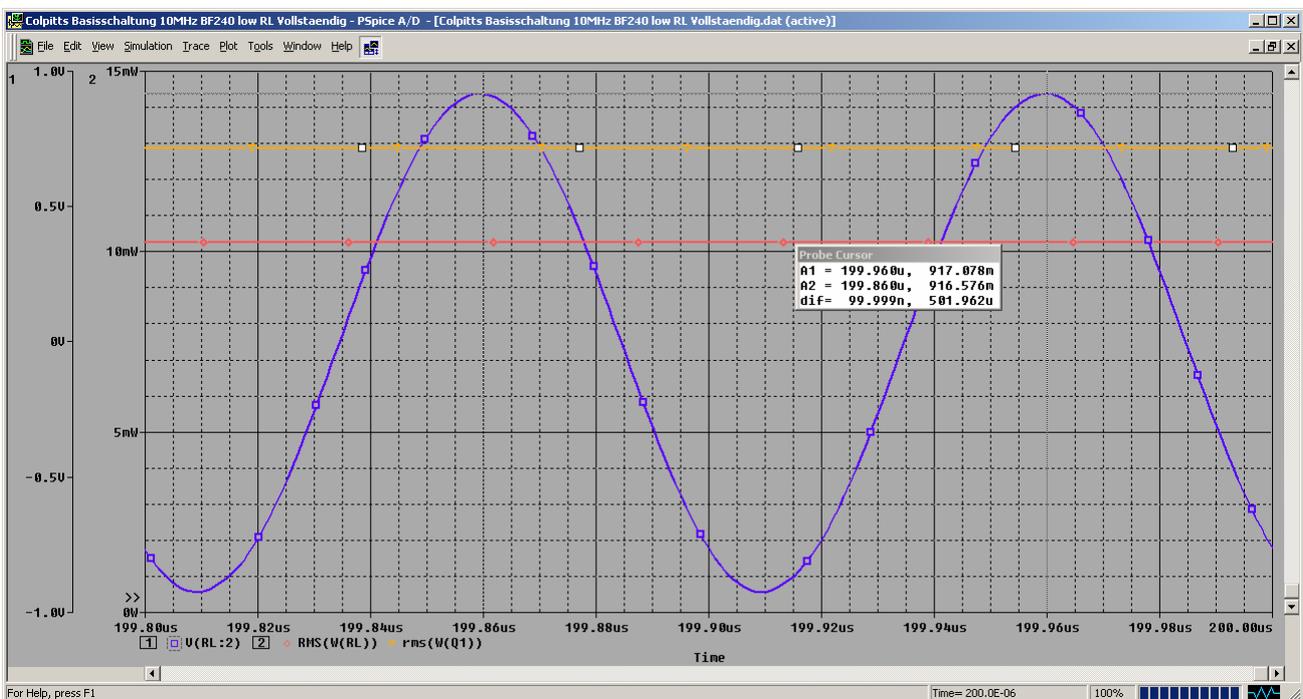


Bild 1-63: Ausgangsspannung, Ausgangsleistung und Verlustleistung des Transistors für die Schaltung nach Bild 1-62.

Die Simulation bestätigt die Resultate der Berechnungen. Zu bemerken ist der relativ schlechte Wirkungsgrad der Schaltung. Es werden gesamthaft 3.05mA Strom aus der Quelle bezogen aber nur 10.25mW an die Last abgegeben. Das entspricht einem Wirkungsgrad 13.4%. An Verlusten fallen im Transistor nur 12.85mW an. Dies geht etwa einher mit der Verlustleistung einer voll ausgeregelten Klasse A-Stufe. Hier gilt nach [SKR88]:

$$P_{DTr} = \frac{U_{CE}}{4} I_O = \frac{16.537}{4} 2.85 \cdot 10^{-3} = 11.78mW \quad (I_O : IC \text{ im Arbeitspunkt})$$

1.7 Quarzoszillatoren

Oszillatorschaltungen mit Quarzen werden verwendet, wo hohe Frequenzkonstanz gefordert wird. Ein Quarz verhält sich in der Nähe der Resonanzfrequenz wie ein Schwingkreis mit extrem hoher Güte. Die meisten Oszillatorschaltungen können mit einem Quarz stabilisiert werden, jedoch existieren auch Schaltungen, die „spulenlose“ Quarzoszillatoren ermöglichen.

Ein Schwingquarz ist ein elektromechanisches Schwingelement. Die mechanische Schwingung wird über Elektrostriktion, den umgekehrten Piezoeffekt angeregt. Die Schwingfrequenz ist aus der Geometrie des Schwingers und dem Schwingmodus präzise gegeben. Die Toleranzen sind fertigungsbedingt und liegen je nach Präzision (Preis) im Bereich von 100..0.1ppm. Die Alterung liegt in der Größenordnung 0.1..1ppm pro Jahr.

1.7.1 Schwingquarze

Nachfolgend eine Zusammenstellung wichtiger Eigenschaften von Schwingquarzen. Weiterführend sei auf die einschlägige Literatur verwiesen, z.B. [NEU97].

1.7.1.1 Schnittwinkel - Schwingungsmodi

Je nach Schnittwinkel aus dem Quarzmaterial wird ein bestimmter Temperaturgang der Resonanzfrequenz und elektrische Anregbarkeit der gewünschten Schwingungsform erreicht. Die Schwingungsform und Schnittwinkel definieren den möglichen Schwingfrequenzbereich.

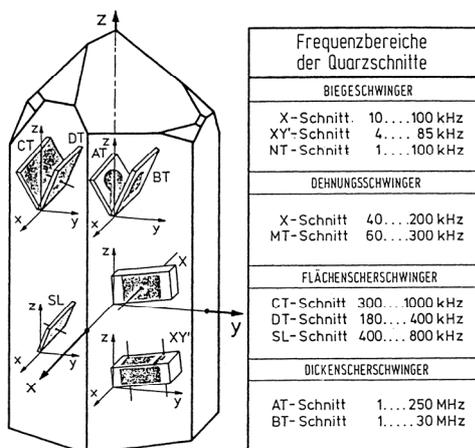


Bild 1-64: Quarzschnitte und Schwingungsmodi mit den möglichen Frequenzbereichen.
 Quelle: [NEU97]

1.7.1.2 Aufbau und Bauformen

Der Quarzschwinger wird mit einer Kontaktierung versehen und in ein Gehäuse eingebaut.

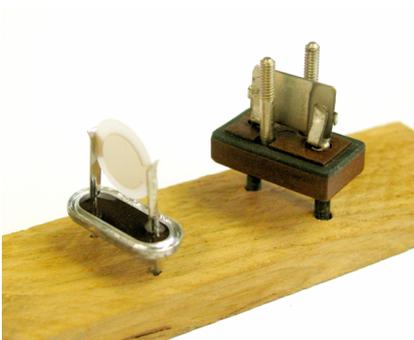


Bild 1-65: Aufbau eines Schwingquarzes mit Quarzplatte und Kontaktierung im den Gehäusen HC33U und FT243. Das Gehäuse FT243 wurde um 1940 eingesetzt.

Die Quarzgehäuse sind weitgehend genormt. Während früher Steck- und Lötanschlüsse üblich waren, werden heute immer mehr SMD-Gehäuse verwendet.

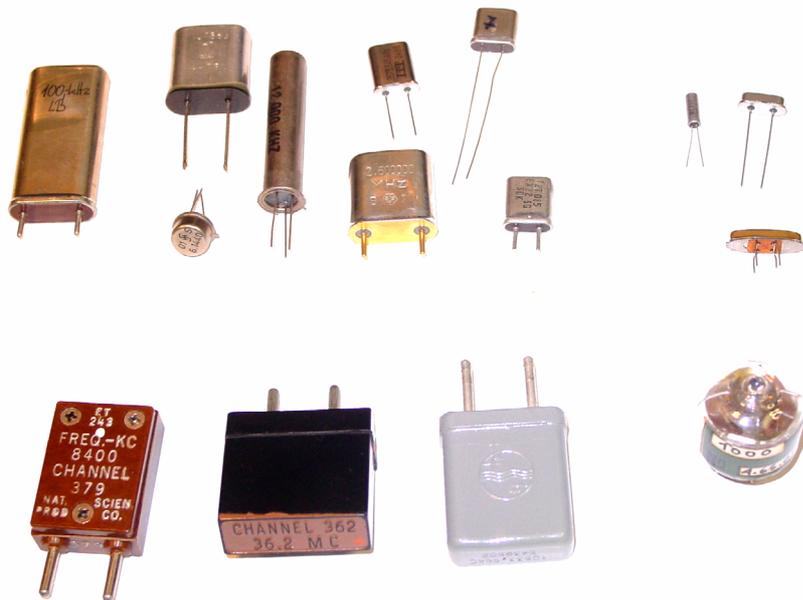


Bild 1-66: Bauformen für Quarze.
Gruppe oben links: Ältere Bauformen.
Gruppe oben links: Moderne bedrahtete Gehäuse.
Gruppe unten: Veraltete Bauformen, Spezialquarz im Glasgehäuse.

1.7.1.3 Temperaturverhalten

Die meisten Quarzschnitte zeigen ein quadratisches oder kubisches Temperaturverhalten (Bild 1-67). Für die Schnitte nach Tabelle 1-2 gilt das quadratische Verhalten:

$$\frac{\Delta f}{f} = -a(T - T_0)^2 \quad (1.101)$$

Schnitt	T_0 [C]	a [C ⁻²]
X	0..45	$4 \cdot 10^{-8}$
XY	10..50	$4 \cdot 10^{-8}$
CT	0..90	$5 \cdot 10^{-8}$
DT	-10..60	$2 \cdot 10^{-8}$
SL	-10..80	$4 \cdot 10^{-8}$
NT	10..50	$5 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 1-2: Konstanten für verschiedene Schnitte in (1.101).
 Quelle: [NEU97]

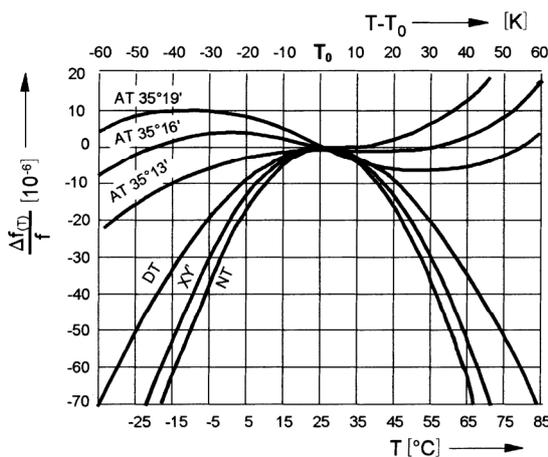


Bild 1-67: Temperaturgang verschiedener Quarzschnitte.
 Quelle: [NEU97]

Bei AT-Schnitten verläuft der Temperaturgang kubisch. Er weist daher einen Wendepunkt auf, bei dem die relative Frequenzänderung Null wird. Über den Schnittwinkel kann die Temperatur bei der Herstellung so gelegt werden, dass der Wendepunkt auf Zimmertemperatur (etwa 25°) oder bei einem Quarz für einen Thermostaten auf 60° fällt.

1.7.1.4 Grundwellenquarze

Sie werden je nach Oszillatorschaltung als Serie- oder Paralleläquivalent betrieben. Beim Betrieb auf der Grundwelle sind sog. aperiodische Oszillatorschaltungen, d.h. Schaltungen ohne zusätzliche Schwingkreise die Regel.

1.7.1.5 Obertonquarze

Man nutzt dann die Fähigkeit aus, dass ein Quarz auch auf einer Oberwelle schwingen kann. Die Oberwellenschwingfähigkeit kann durch Massnahmen in der Quarzgeometrie gefördert werden. Obertonquarze werden immer in Serieresonanz betrieben. Eine Oberton-Oszillatorschaltung muss immer einen Schwingkreis mit der gewünschten Obertonresonanz besitzen. Die Obertonschwingung entspricht nicht exakt dem Vielfachen der Grundwelle, das wird aber bei der Herstellung berücksichtigt. Bei Dickenscherungsschwingern (AT-Schnitt) sind geradzahlige Obertöne nicht möglich.

1.7.1.6 Biegeschwinger

Diese werden für Quarze niedriger Frequenz (1kHz-100kHz) verwendet. Die Schwingfrequenz ist von der Länge und der Breite des Schwingers abhängig. Dadurch können auch für niedrige Frequenzen Schwingquarze mit kleinen Abmessungen hergestellt werden.

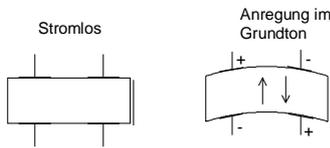


Bild 1-68: Schwingung beim Biegeschwinger.

1.7.1.7 Dehnungsschwinger

Dies sind quaderförmige Schwinger, die in Richtung ihrer längeren Abmessung schwingen. Sie werden gemäss [NEU97] hauptsächlich in Quarzfiltern verwendet.

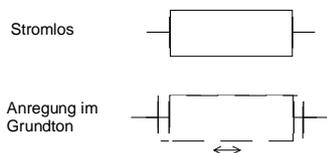


Bild 1-69: Schwingung beim Dehnungsschwinger.

1.7.1.8 Dickenschwinger

Dickenschwinger stellen einen grossen Teil der verwendeten Quarze dar. Meist wird der sog. AT-Schnitt verwendet. Er zeigt ein besonders günstiges Temperaturverhalten. Es existiert eine Temperatur, bei der die Frequenzänderung $\Delta f/f$ Null wird. Im Frequenzbereich 1MHz - 5 MHz sind besonders hohe Güten erreichbar. Frequenzen über 20MHz werden als Obertonquarze gefertigt, weil der Resonator für die Grundwelle mit $< 0.08\text{mm}$ sehr dünn wird, was fertigungstechnisch Probleme aufwirft.

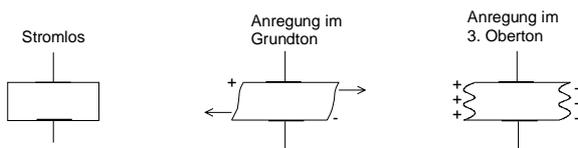


Bild 1-70: Schwingung beim Dickenschwinger.

1.7.1.9 Ersatzschaltbild des Quarzes

In der Nähe der Resonanzfrequenz verhält sich ein Quarz wie ein Schwingkreis mit extrem hoher Güte.

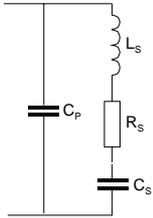


Bild 1-71: Elektrisches Ersatzschaltbild eines Quarzes.

Die Resonanzfrequenzen des Quarzes werden mit den Elementen in Bild 1-71 ohne Berücksichtigung von R_s :

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \quad (1.102)$$

$$f_p = f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} \quad (1.103)$$

Praxiswerte für C_s liegen im fF-Bereich, für L_s im mH bis einige H. C_p ist wesentlich von der Kontaktierung und dem Gehäuse abhängig, liegt aber im Bereich von wenigen pF.

Anmerkung:

Nach Fertigstellung des Skripts bis ich darauf hingewiesen worden, dass die Bezeichnungen C_s , C_p , R_s **nicht normgerecht** sind. Diese heißen C_p , C_ϕ , R_l . Dies wird in einer späteren Ausgabe korrigiert.

Die Distanz der beiden Resonanzstellen wird:

$$\Delta f = f_p - f_s = f_s \left(1 - \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} \right) \quad (1.104)$$

In der Regel liegen diese Frequenzen näher als 1‰ beieinander.

Ein Quarz schwingt in der Praxis zwischen den beiden Frequenzen f_s und f_p . Diese Schwingfrequenz wird nach [NEU97] **Lastresonanzfrequenz** genannt. Sie ist von der Oszillatorschaltung und den zusätzlich um den Quarz wirksamen Kapazitäten und Induktivitäten abhängig.

Der Seriewiderstand R_s definiert den Resonanzwiderstand und damit die Güte für die Schaltung nach Bild 1-71:

$$Q = \frac{2\pi f_s L_s}{R_s} \quad (1.105)$$

Der Resonanzwiderstand ist direkt vom Resonator Durchmesser abhängig. Kleine Resonatoren, wie z.B. in Miniaturquarzen haben zwangsläufig höhere Resonanzwiderstände.

1.7.1.10 Ziehen der Resonanzfrequenzen

Durch externe Beschaltung mit Induktivitäten und Kapazitäten kann die Resonanzfrequenz in einem kleinen Bereich variiert werden.

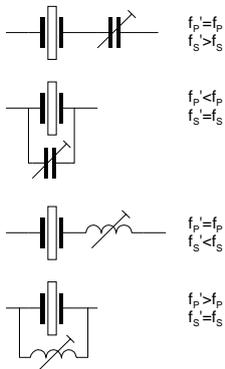


Bild 1-72: Ziehen der Resonanzfrequenz durch eine zusätzliche Kapazität oder Induktivität.

Durch das Ziehen wird die Güte erheblich reduziert. Deshalb ist es günstiger hierzu eine kleine Kapazität zu verwenden, da diese kleinere Verluste einbringt als eine Induktivität.

Quarze für Parallelresonanz werden immer für eine bestimmte Lastkapazität (sog. Bürdekapazität) gefertigt. Diese liegt meist in der Grössenordnung $C_L=30\text{pF}$. Nur unter dieser Bedingung gilt die Lastresonanzfrequenz.

1.7.1.11 Lastresonanzfrequenz

Dies ist die Schwingfrequenz, bei der der Quarz mit einer definierten Last schwingt. Normalerweise ist die Last kapazitiv. Daher ist die Schwingfrequenz f_L immer grösser als f_S in (1.102). Der Quarz ist zwischen der Serie- und Parallelresonanzstelle induktiv (vgl. auch Bild 1-75). Er kann daher mit kapazitiver Last nur innerhalb dieser beiden Frequenzen schwingen. Die genaue Frequenz, auf der der Quarz schwingt, ist deshalb durch die wirksame Lastkapazität gegeben. In Folge ist daher ein Schwingen auf der Parallelresonanzfrequenz nicht möglich.

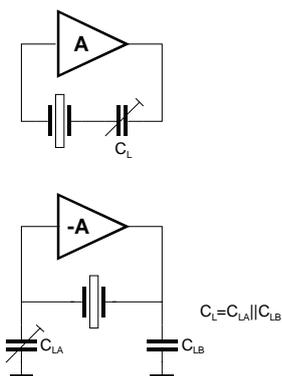


Bild 1-73: Wirksame Lastkapazität zur Bestimmung der Lastresonanzfrequenz. (Bild nach [NEU97])

Es gilt für Lastresonanz:

$$f_{LS} = f_S \sqrt{1 + \frac{C_S}{C_P + C_L}} \tag{1.106}$$

Wobei f_S die verlustbehaftete Serieresonanzfrequenz des (verlustbehafteten) Quarzes ohne Last darstellt.

Begründung von (1.102), (1.103):

Bei Resonanz verschwindet der Imaginärteil der Impedanz. Zuerst wird die Impedanz des Zweipolnetzwerkes bestimmt. Dies erfolgt durch Parallelschaltung der Impedanzen Z_1 , Z_2 und Serieschaltung mit Z_3 :

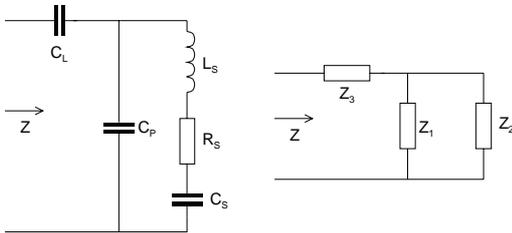


Bild 1-74: Ersatzschaltung mit Lastkapazität C_L zur Bestimmung der Lastresonanzfrequenz.

Es gilt für die Schaltung in Bild 1-74:

$$Z_1 = \frac{1}{sC_p} \quad Z_2 = sL + \frac{1}{sC_s} + R_s \quad Z_3 = \frac{1}{sC_L}$$

$$Z_2 = sL + \frac{1}{sC_s} + R_s$$

$$Z = Z_1 \parallel Z_2 + Z_3 = \frac{1 + sR_sC_s + s^2LC_s}{s(C_s + s(C_sC_pR_s) + s^2LC_sC_p)} + \frac{1}{sC_L}$$

$$= \frac{C_s + C_p + C_L + sR_sC_s(C_p + C_L) + s^2LC_s(C_p + C_L)}{sC_L(C_s + C_p + sR_sC_sC_p + s^2LC_sC_p)}$$

Das Nullsetzen des Imaginärteiles wenn $s=j\omega$ wird zweckmässigerweise mit einem Mathematikprogramm gelöst. Die Lösung wird für die quadrierte Resonanzkreisfrequenz ω^2 :

```

> # Quarz mit Verlustwiderstand mit CL in Serie:
#
restart;
Z1:=s*L+1/(s*C_s)+R_s;
Z2:=1/(s*C_p);
Z3:=1/(s*C_L);
Z:=simplify(Z1*Z2/(Z1+Z2)+Z3);
s:=1*w;
w:=solve(evalc(Im(Z))=0,w);
w2:=simplify(w[1]^2);
w2:=simplify(w[3]^2);

Z1 = s L + 1/s C_s + R_s
Z2 = 1/s C_p
Z3 = 1/s C_L
Z = (C_L s^2 L C_s + C_L + C_L R_s s C_s + s^2 L C_s C_p + C_p + R_s s C_s C_p + C_s) / (s^2 L C_s C_p + C_p + R_s s C_s C_p + C_s) C_L

w2 = 1 / (2 C_s L^2 C_p (C_L + C_p)) (C_L C_s + 2 L C_s C_p - R_s^2 C_s C_p^2 - R_s^2 C_s C_p C_L + 2 C_L L C_p + 2 L C_p^2 + sqrt(C_s (-6 C_L C_s R_s^2 C_p^2 + C_L^2 C_s + R_s^4 C_s C_p^4 - 4 L C_s C_p^3 R_s^2 + 2 R_s^4 C_s C_p^3 C_L - 4 R_s^2 C_p^4 L + R_s^4 C_s C_p^2 C_L^2 - 2 C_L^2 L C_s R_s^2 C_p - 8 R_s^2 C_p^3 C_L L - 4 R_s^2 C_p^2 C_L^2)))

w2 = 1 / (2 C_s L^2 C_p (C_L + C_p)) (C_L C_s + 2 L C_s C_p - R_s^2 C_s C_p^2 - R_s^2 C_s C_p C_L + 2 C_L L C_p + 2 L C_p^2 - sqrt(C_s (-6 C_L C_s R_s^2 C_p^2 + C_L^2 C_s + R_s^4 C_s C_p^4 - 4 L C_s C_p^3 R_s^2 + 2 R_s^4 C_s C_p^3 C_L - 4 R_s^2 C_p^4 L + R_s^4 C_s C_p^2 C_L^2 - 2 C_L^2 L C_s R_s^2 C_p - 8 R_s^2 C_p^3 C_L L - 4 R_s^2 C_p^2 C_L^2)))
    
```

Die quadrierten Lösungen sind etwas besser zu notieren als die direkte Lösung nach ω der quadratischen Gleichungen. Die eine Lösung verkörpert die Parallelresonanz, die andere die Serie-

resonanz. Welche was ist, kann einfach durch Nullsetzen von R_s bestimmt werden. Man erhält dann die Lösungen (1.102) und (1.103).

$$\omega_{2LP} = \frac{L \cdot C_S \cdot C_L + 2 \cdot L \cdot C_P \cdot (C_S + C_P + C_L) - R_S^2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot (C_P + C_L) + \sqrt{C_S \cdot [L^2 \cdot C_S \cdot C_L^2 + R_S^4 \cdot C_S \cdot C_P^2 \cdot (C_P^2 + 2C_P \cdot C_L + 2 \cdot C_L^2) - R_S^2 \cdot L \cdot C_P \cdot (4 \cdot C_S \cdot C_P^2 + 4 \cdot C_P^3 + 6 \cdot C_S \cdot C_P \cdot C_L + 2C_S \cdot C_L^2 + 8C_P^2 \cdot C_L + 4C_P \cdot C_L^2)]}}{2 \cdot L^2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot (C_P + C_L)} \quad (1.107)$$

$$f_{PL} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_{2LP}}$$

$$\omega_{2LS} = \frac{L \cdot C_S \cdot C_L + 2 \cdot L \cdot C_P \cdot (C_S + C_P + C_L) - R_S^2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot (C_P + C_L) - \sqrt{C_S \cdot [L^2 \cdot C_S \cdot C_L^2 + R_S^4 \cdot C_S \cdot C_P^2 \cdot (C_P^2 + 2C_P \cdot C_L + 2 \cdot C_L^2) - R_S^2 \cdot L \cdot C_P \cdot (4 \cdot C_S \cdot C_P^2 + 4 \cdot C_P^3 + 6 \cdot C_S \cdot C_P \cdot C_L + 2C_S \cdot C_L^2 + 8C_P^2 \cdot C_L + 4C_P \cdot C_L^2)]}}{2 \cdot L^2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot (C_P + C_L)} \quad (1.108)$$

$$f_{LS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_{2LS}}$$

Wir werden später feststellen, dass die Lastkapazität keinen Einfluss auf die Parallelresonanz hat. Deshalb wird für (1.111) eine Grenzwertbildung mit $C_L \rightarrow \infty$ durchgeführt.

Im Sinne einer Näherung kann (1.107) noch etwas vereinfacht werden. Aus der ursprünglichen Gleichung für Z erkennt man, dass nur der Leitkoeffizient des Zähler- und Nennerpolynoms mit L behaftet ist. Der Leitkoeffizient ist massgeblich für das Wachstumsverhalten der Funktion verantwortlich. Daher dürfen hier L -behaftete Terme nicht weggestrichen werden. Alle anderen Terme können für eine Näherung vernachlässigt werden.

Die Vereinfachungen werden:

$$\omega_{P,S}^2 \approx \frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) \pm \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{2L^2 C_S C_P (C_P + C_L)} \quad (1.109)$$

$$f_{LS} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{2L^2 C_S C_P (C_P + C_L)}} \quad (1.110)$$

$$f_{LP} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{LC_S + 2LC_P + \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}{2L^2 C_S C_P}} \quad (1.111)$$

Aus dem Verhältnis f_S/f_{LS} kann ein Faktor gemäss (1.106) hergeleitet werden, der ausgehend von der Seriefrequenz des Quarzes die direkte Bestimmung der Lastresonanzfrequenz ermöglicht:

Aus Gründen der einfacheren Notation wird für die Herleitung mit ω^2 gearbeitet. Mit (1.110) wird die ω_{SR} ohne C_L bestimmt. Dazu wird die Grenzwertbildung $C_L \rightarrow \infty$ durchgeführt:

$$\omega_{SRCL}^2 = \frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{2L^2 C_S C_P (C_P + C_L)}$$

$$\omega_{SR}^2 = \lim_{C_L \rightarrow \infty} \omega_{SR}^2 = \frac{LC_S + 2LC_P - \sqrt{L^2 C_S^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}{2L^2 C_S C_P} \quad (1.112)$$

Nun wird das Verhältnis $\frac{\omega_{SRCL}^2}{\omega_{SR}^2}$ gebildet:

$$\omega_{SRCL}^2 = \frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{2L^2 C_S C_P (C_P + C_L)}$$

$$\omega_{SR}^2 = \lim_{C_L \rightarrow \infty} \omega_{SR}^2 = \frac{LC_S + 2LC_P - \sqrt{L^2 C_S^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}{2L^2 C_S C_P}$$

$$\frac{\omega_{SRCL}^2}{\omega_{SR}^2} = \frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{2L^2 \cancel{C_S C_P} (C_P + C_L)} \cdot \frac{\cancel{2L^2 C_S C_P}}{LC_S + 2LC_P - \sqrt{L^2 C_S^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}$$

$$= \frac{LC_S C_L + 2LC_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2 (C_P + C_L)^2}}{(C_P + C_L) (LC_S + 2LC_P - \sqrt{L^2 C_S^2 - 4R_S^2 LC_P^2})}$$

Durch Analyse der Funktion stellt man fest, dass die Induktivität nur wenig Einfluss auf den Funktionswert hat. Eine Vereinfachung ist daher möglich, indem der Grenzwert für $L \rightarrow \infty$ gebildet wird:

$$\frac{\omega_{SRCL}^2}{\omega_{SR}^2} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\omega_{SRCL}^2}{\omega_{SR}^2} = \frac{\cancel{C_S C_L} + 2C_P (C_S + C_P + C_L) - \sqrt{\cancel{C_S^2 C_L^2}}}{(C_P + C_L) (C_S + 2C_P - \sqrt{C_S^2})} = \frac{2C_P (C_S + C_P + C_L)}{\cancel{C_P C_S} + 2C_P^2 - \cancel{C_P C_S} + \cancel{C_L C_S} + 2C_L C_P - \cancel{C_L C_S}}$$

$$\frac{\omega_{SRCL}^2}{\omega_{SR}^2} = \frac{2C_P (C_S + C_P + C_L)}{2C_P^2 + 2C_L C_P} = \frac{C_S + C_P + C_L}{C_P + C_L} = 1 + \frac{C_S}{C_P + C_L}$$

Mit Einsetzen von f_s in ω^2 erhält man direkt (1.106).

Beispiel 1-13: Impedanzkurve eines 2.925MHz-Quarzes

Bei einem Quarz wurden folgende Kenngrößen gemessen: $C_P=29\text{pF}$, $C_S=0.054\text{pF}$, $L_S=54.8\text{mH}$, $R_S=15\Omega$. (Zahlenwerte aus [KRA88], Seite 153.)
Zu zeigen sind der Impedanz- und Phasenverlauf.

Lösung:

Mit Hilfe einer Simulation des Ersatzschaltbildes nach Bild 1-71 werden die Verläufe:

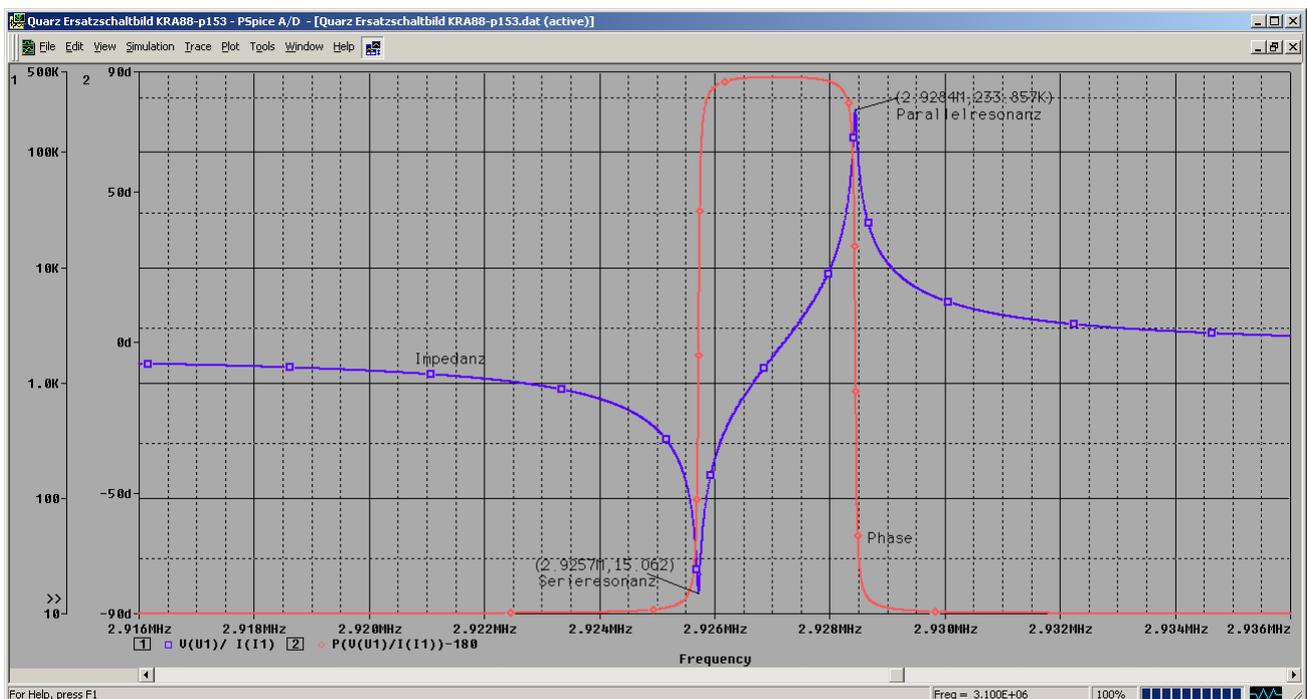


Bild 1-75: Verläufe der Impedanz und Phase beim Quarz in Beispiel 1-13.
Ausgabe: 14.11.2004, G. Krucker

Anmerkung:

Nach Aussage von Hr. Neubig [NEU97] sind diese Quarzdaten unrealistisch: „Statt 29 pF haben solche Quarze typisch 3 bis 5 pF, je nach Baugröße. Das Cs ist auch viel zu groß, statt den 54 fF sind etwa 10 fF realistisch. Der Resonanzwiderstand ist sicher auch zu klein, er liegt je nach Baugröße typisch bei 50 bis 150 Ohm.“

Beispiel 1-14: Quarzkenngrossen.

Zu bestimmen sind für den Quarz aus Beispiel 1-13:

- Die Frequenzen f_s und f_p ohne Berücksichtigung der Verluste.
- Die Frequenzen f_s und f_p mit Berücksichtigung der Verluste.
- Der Frequenzabstand Δf absolut und relativ?

Lösung:

Für a.) werden die Lösungen direkt mit (1.102), (1.103) bestimmt. Die Bestimmung der Frequenzen für den verlustbehafteten Quarz erfolgen mit (1.110) und (1.111), wobei zuvor eine Grenzwertbildung für $C_L \rightarrow \infty$ erfolgt. Der Frequenzabstand wird für den verlustbehafteten Quarz analog der Definition in (1.104) und der Herleitung zu (1.106) bestimmt.

$$f_{RS} = \lim_{C_L \rightarrow \infty} f_{LS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{LC_S + 2LC_P - \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}{2L^2 C_S C_P}} \quad (1.114)$$

$$f_{RP} = \lim_{C_L \rightarrow \infty} f_{LP} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{LC_S + 2LC_P + \sqrt{L^2 C_S^2 C_L^2 - 4R_S^2 LC_P^2}}{2L^2 C_S C_P}} \quad (1.115)$$

Die numerischen Lösungen werden:

Vorgaben:

$$L := 54.8\text{mH} \quad C_S := 0.054\text{pF} \quad C_P := 29\text{pF} \quad R_S := 15\Omega$$

Berechnungen:

$$\begin{aligned} \text{a.) } f_S &:= \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C_S}} & f_S &= 2.925721428 \times 10^6 \text{ Hz} \\ f_P &:= f_S \cdot \sqrt{1 + \frac{C_S}{C_P}} & f_P &= 2.928444109 \times 10^6 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b.) } w_{2RP} &:= \frac{L \cdot C_S + 2 \cdot L \cdot C_P + \sqrt{L^2 \cdot C_S^2 - 4 \cdot R_S^2 \cdot L \cdot C_S \cdot C_P^2}}{2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot L^2} \\ f_{RP} &:= \frac{1}{2\pi} \sqrt{w_{2RP}} & f_{RP} &= 2.928443935 \times 10^6 \text{ Hz} \\ w_{2RS} &:= \frac{L \cdot C_S + 2 \cdot L \cdot C_P - \sqrt{L^2 \cdot C_S^2 - 4 \cdot R_S^2 \cdot L \cdot C_S \cdot C_P^2}}{2 \cdot C_S \cdot C_P \cdot L^2} \\ f_{RS} &:= \frac{1}{2\pi} \sqrt{w_{2RS}} & f_{RS} &= 2.925721602 \times 10^6 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c.) } \Delta f &:= f_{RP} - f_{RS} & \Delta f &= 2.722332 \times 10^3 \text{ Hz} \\ & & \frac{\Delta f}{f_{RS}} &= 930.4824 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Beispiel 1-15: Lastresonanzfrequenz.

Ein Hersteller hat den Quarz auf Serieresonanz abgeglichen und weist folgende Daten auf:

$$f_s = 10000 \text{ kHz}$$

$$C_p = 5.5 \text{ pF}$$

$$C_s = 25 \text{ fF}$$

Mit welcher Lastresonanzfrequenz schwingt der Quarz mit einer Lastkapazität von $C_L = 30 \text{ pF}$?

Lösung:

Mit (1.106) wird f_{LS} direkt:

$$f_s := 10.0 \text{ MHz} \quad C_s := 0.025 \text{ pF} \quad C_p := 5.5 \text{ pF} \quad C_L := 30 \text{ pF}$$

$$f_{LS} := f_s \cdot \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p + C_L}} \quad f_{LS} = 10.0035205 \times 10^6 \text{ Hz}$$

Beispiel 1-16: Impedanzverlauf mit Lastkapazität.

Zeigen Sie die Impedanzverläufe des belasteten und unbelasteten Quarzes aus Beispiel 1-15. Die zusätzlichen Daten sind $L = 101.3212 \text{ mH}$ und $R_s = 20 \Omega$.

Lösung:

Die Quarze werden nach Bild 1-71 modelliert. Die Widerstände R_2 , R_{21} , R_{22} stellen den für die Simulation notwendigen Gleichstrompfad zur Masse dar. Sie haben aber auf das Verhalten der Schaltung keinen Einfluss.

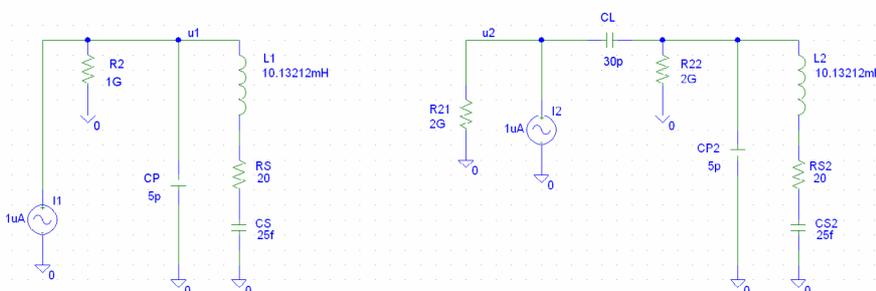


Bild 1-76: Schaltungen zur Simulation nach Beispiel 1-16.

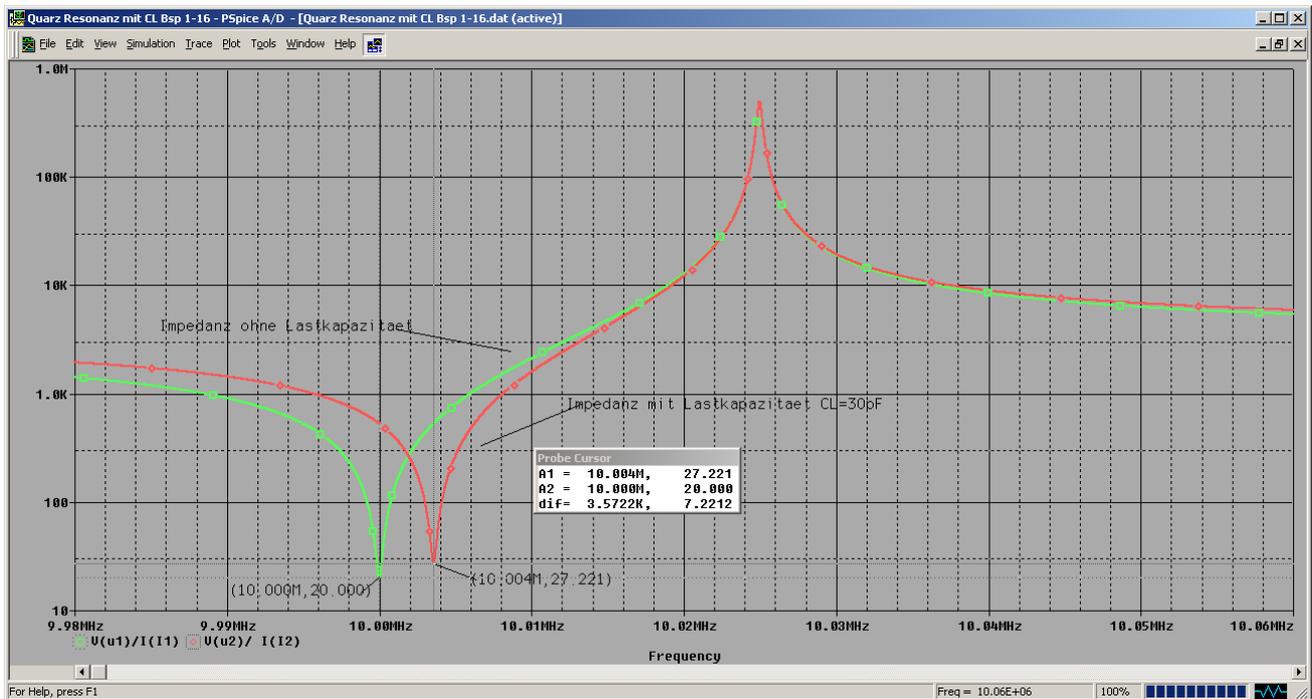


Bild 1-77: Impedanzverläufe des belasteten und unbelasteten Quarzes nach Bild 1-76.

1.7.2 Colpitts-Oszillator mit Quarz (Pierce Oszillator)

Wird beim Colpitts-Oszillator die Induktivität L gegen einen Quarz ersetzt erhält man den Pierce-Oszillator.

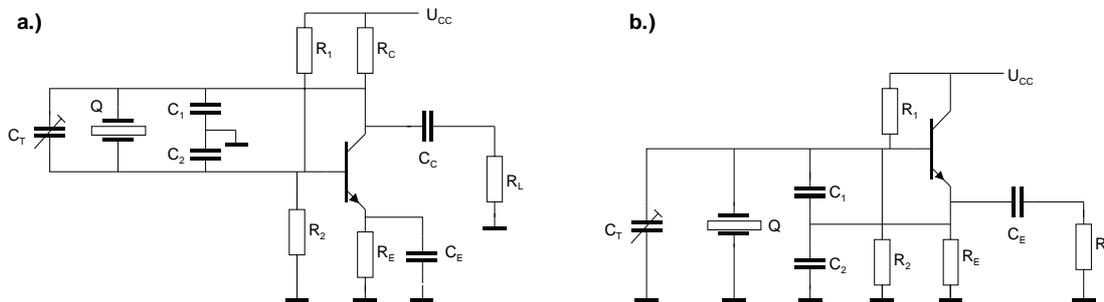


Bild 1-78: Aus der Colpitts-Oszillatorschaltung mit Quarz wird der Pierce-Oszillator.
 a.) Emitterschaltung, b.) Kollektorschaltung

Die Dimensionierung der Schaltungen erfolgen nach den gleichen Gesichtspunkten wie in Kap. 1.6.2.

Arbeitet der Quarz in Serieresonanz, vereinfacht sich die Schaltung in Bild 1-78a.) weiter zu:

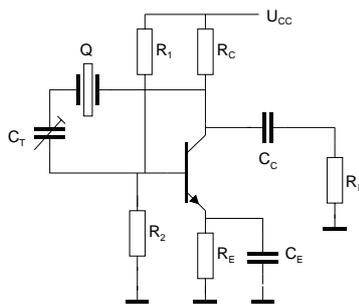


Bild 1-79: Pierce-Oszillator mit Quarz als serieresonanter Kreis.

Diese sehr Schaltung gilt als einfach zu dimensionieren, arbeitet sehr zuverlässig und liefert eine grosse Amplitude. Meist sind Logikbausteine direkt ansteuerbar. Nachteilig ist, dass ein eventueller Abgleichtrimmer nicht einseitig auf Masse liegen kann. Als aktives Element kann ein Bipolartransistor, FET oder ein Logikgatter verwendet werden.

Wird ein FET wie in Bild 1-80 verwendet, ergibt sich die wohl einfachste Oszillatorschaltung überhaupt:

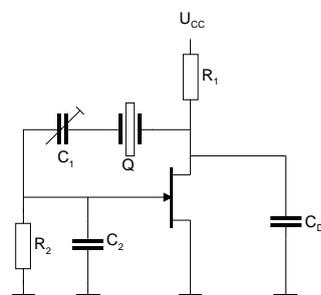


Bild 1-80: Pierce-Oszillator mit FET.

1.7.3 Oberton-Oszillatoren

Quarze können nicht nur auf der Grundwelle, sondern auch auf Oberwellen angeregt werden. Dies ist sogar zwingend notwendig, wenn Frequenzen $> 20\text{MHz}$ mit einem Quarz erzeugt werden sollen.

Oberton Oszillatoren müssen neben dem Quarz einen Schwingkreis besitzen, der auf die Obertonfrequenz abgestimmt ist. Bei Oberton-Resonanz wird der Quarz immer als Serieelement betrieben.

Alle gängigen Oszillatorschaltungen können als Oberton-Oszillatoren modifiziert werden. Eine Standardschaltung ist der Colpitts-Oszillator nach Bild 1-55 mit Quarzstabilisierung.

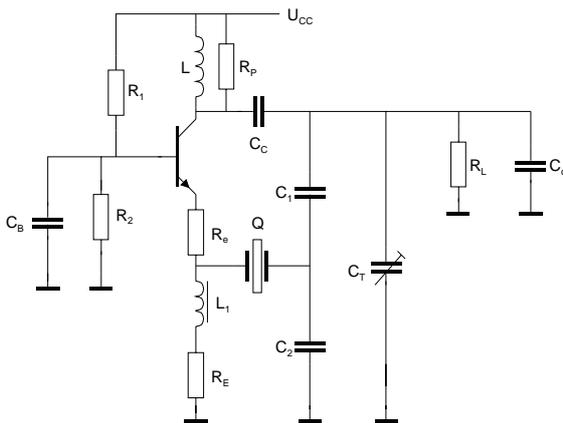


Bild 1-82: Colpitts-Oberton-Oszillator mit Quarz in Basisschaltung.

Man erkennt sofort, dass der Oszillator nur schwingen kann, wenn der Quarz ein Impedanzminimum aufweist. Die Dimensionierung erfolgt genau gleich wie in Kapitel 1.6.2.

1.7.4 Quarzbelastung

Für die Praxis sollte ein Quarz nicht mit mehr als 2mW belastet werden. Höhere Belastungen wirken sich ungünstig auf die Güte, Stabilität und Alterung aus. Für kleine Quarze und NF-Quarze sind selbst 1mW eher viel.

Zu kleine Leistungen ($< 1\mu\text{W}$) können Anschwingprobleme verursachen, denn zum Anschwingen ist eine bestimmte Mindestenergie notwendig. Dies ist bei Kleinstleistungsoszillatoren und CMOS-Schaltungen zu berücksichtigen.

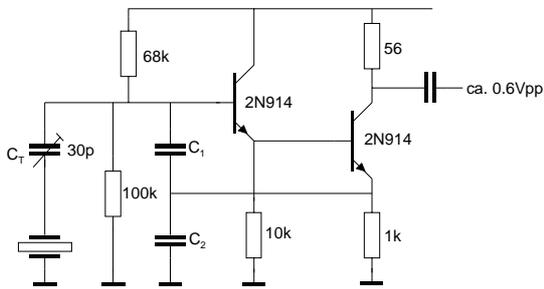
1.7.5 Oszillatoren für höhere Frequenzen

Alle Analysen und Dimensionierungen wurden bis anhin mit reellen Größen durchgeführt. Bei höheren Frequenzen führt dies aber gegenüber der Realität zu Abweichungen. Ab ca. 100MHz sind daher zwingend komplexe Parameter (y -, oder S -Parameter) für die Beschreibung der Elemente in der Analyse und Dimensionierung zu benutzen.

Dies liegt aber ausserhalb des hier fokussierten Themenbereiches. Ich verweise auf die Unterlagen zur Vertiefungsausbildung Nachrichtentechnik [DEL-EL_9-Oszillatoren]. Dort werden auch weitere Hinweise zur Schaltungstechnik und Spezialitäten vermittelt.

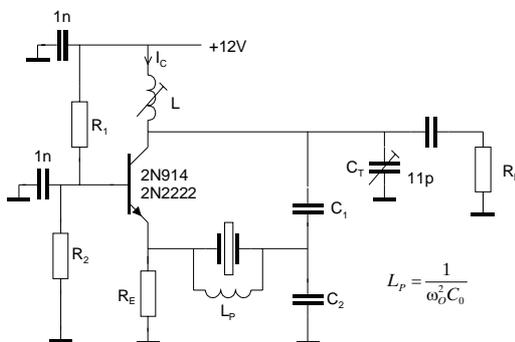
1.7.6 Schaltbeispiele für Quarzoszillatoren

Die nachfolgenden Schaltungen zeigen Standardschaltungen.



Frequenz [MHz]	3-6	6-15	15-30
C_1 [pF]	560	560	220
C_2 [pF]	470	220	100

Bild 1-83: Oszillator für Grundwelle mit Darlingtonstufe.
 Quelle: [NEU79]



Frequenz [MHz]	75MHz	120MHz	150MHz	200MHz
C_1 [pF]	8	8	5	3
C_2 [pF]	100	50	25	20
I_c [mA]	25	25	5	5
R_E [Ω]	510	390	600	600
R_1 [Ω]	470	300	600	600
L_p [nH]	250	100	80	50

Bild 1-84: Colpitts-Oberton-Oszillator.
 Quelle: [NEU79]

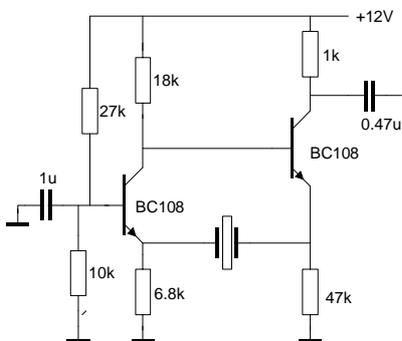


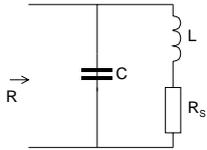
Bild 1-85: Butler-Oszillator für den Bereich 50-200kHz.
 Quelle: [NEU79]

1.8 Literaturverzeichnis

- [DEL-EL_9-Oszillatoren] Skript zur Vorlesung Elektronik 2- Kapitel Oszillatoren, Fritz Dellsperger, Hochschule für Technik und Informatik HTI Burgdorf, Sommersemester 2004
- [FER78] Crystal Oscillator Design and Temperature Compensation, Marvin E. Ferking, Van Nostrand Reinhold Company 1978, ISBN 0-44222459-1
- [FRA98] Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits (2nd Ed.), Sergio Franco, WCB McGraw-Hill 1998, ISBN 0-07-115722-0
- [GRA97] 300 Oszillatoren, Rudolf Graf, Elektor Verlag 1997, ISBN 3-89576-053-6
- [GEI93] Berechnungsverfahren der Hochfrequenztechnik I, Rainer Geissler/ Werner Kammerloher/ Hans Werner Schneider, Vieweg Verlag 1993, ISBN 3-528-04749-6
- [HUN28] Hochfrequenzmesstechnik, August Hund, Springer Verlag 1928, 2. Aufl.
- [INT88-MEA] Intusoft Newsletter October 1988, Larry Meares, Intusoft Publikation, <http://www.intusoft.com/nlpdf/nl11.pdf>
- [JUN94] Lexikon Elektronik, H. D. Junge/ A. Möschwitzer, VCH Verlagsgesellschaft 1994, ISBN 3- 527-28153-3
- [KEN88] Operational Amplifier Circuits – Theory and Applications, E.J. Kennedy, Holt, Reinhart and Winston Inc. 1988, ISBN 0-03-001948-6
- [KRA80] Solid State Radio Engineering, H. L. Krauss/ C.W. Bostian/ F.H. Raab, John Wiley & Sons 1980, ISBN 0-471-03018-X
- [KRU04-AS2-FET] Skript zur Vorlesung Analoge Systeme 2, Kapitel Feldeffekttransistoren, Gerhard Krucker, Hochschule für Technik und Informatik HTI Burgdorf, Sommersemester 2004
- [KRU04-AS2-OPA] Skript zur Vorlesung Analoge Systeme 2, Kapitel Operationsverstärker, Gerhard Krucker, Hochschule für Technik und Informatik HTI Burgdorf, Sommersemester 2004
- [LUD00] RF Circuit Design – Theory and Applications, Reinhold Ludwig/ Pavel Bretchko, Prentice Hall 2000, ISBN 0-13-095323-7
- [MSI94-CARMV6.1] The Design Center – Circuit Analysis and Reference Manual, Version 6.1, Microsim Corporation 1994, (Originaldokumentation zu Pspice V6.1) Prentice-Hall 2000, ISBN 0-13-095323-7
- [NAT99-AN263] Sine Wave Generation Techniques, Application Note AN-263, Linear Applications Handbook, National Semiconductors 1994. <http://www.national.com/an/AN/AN-263.pdf>

- [NEU79] Entwurf von Quarzoszillatoren, Bernd Neubig, Publikation in der Zeitschrift UKW-Berichte im Jahr 1979. Download von der Webseite des Autors möglich: www.BNeubig.de
- [NEU97] Das grosse Quarzkochbuch, Bernd Neubig/ Wolfgang Briese, Franzis Verlag 1997, ISBN 3-7723-5853-5
(Das Buch ist mittlerweile vergriffen. Nach Mitteilung des Autors kann es kostenlos auf seiner Webseite www.BNeubig.de oder auf www.axtal.com downgeloaded werden.)
- [RHO83] Digital PLL Frequency Synthesizers – Theory and Design, Ulrich L. Rhode, Prentice-Hall 1983, ISBN 0-13-214239-2
- [RHO97] Communication Receivers 2nd Ed., Ulrich Rhode/ Jerry Whittacker / T.T.N Bucher, McGraw-Hill 1997, ISBN 0-07-053608-2
- [SKR88] Handbuch der Audio-Schaltungstechnik, Paul Skritek, Franzis Verlag 1988, ISBN 3-7723-8731-4
- [THO76] Bauelemente der Halbleiterelektronik – Teil 1 Grundlagen Dioden und Transistoren, H. Tholl, B.G. Teubner Verlag 1976, ISBN 3-519-06418-9
- [WUP94] Professionelle Schaltungstechnik mit Operationsverstärkern, Horst Wupper, Franzis Verlag 1997, ISBN 3-7723-6732-1

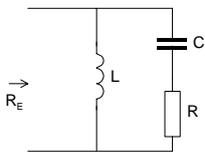
1.8.1 RL|C-Schaltung



	Exakt	Näherung ($Q > 10$)
ω_o [rad/s]	$\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_s^2}{L^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$
Q []	$\frac{\omega_o L}{R_s} = \omega_o C R$	$\frac{1}{\omega_o C R_s}$
$\omega_o L$ [Ω]	$\frac{1}{\omega_o C} \left(\frac{Q^2}{Q^2 + 1} \right)$	$\frac{1}{\omega_o C}$
R [Ω]	$\frac{L}{R_s C} = \frac{Q}{\omega_o C}$ $= R_s (Q^2 + 1)$	$Q^2 R_s = \omega_o L Q$
B [Hz]		$\frac{1}{2\pi RC} = \frac{R}{2\pi L} = \frac{f_o}{Q}$

Tabelle 1-3: Zusammenhänge bei der RL|C Schaltung.

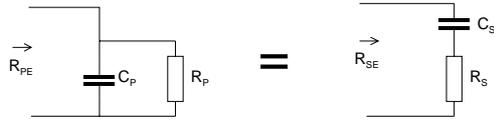
1.8.2 LI|RC-Schaltung



	Exakt	Näherung ($Q > 10$)
ω_o [rad/s]	$\sqrt{\frac{1}{LC} - R_s^2 C^2}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$
Q []	$\frac{1}{\omega_o C R_s} = \frac{R}{\omega_o L}$	$\frac{\omega_o L}{R_s}$
$\omega_o L$ [Ω]	$\frac{1}{\omega_o C} \left(\frac{Q^2 + 1}{Q^2} \right)$	$\frac{1}{\omega_o C}$
R [Ω]	$\frac{L}{R_s C} = \omega_o L Q$ $= R_s (Q^2 + 1)$	$Q^2 R_s = \frac{Q}{\omega_o C}$
B [Hz]		$\frac{1}{2\pi RC} = \frac{f_o}{Q}$

Tabelle 1-4: Zusammenhänge bei der LI|RC Schaltung.

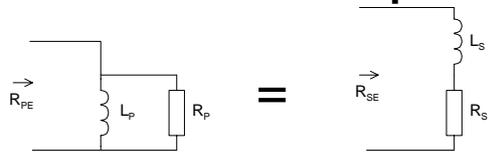
1.8.3 RC Serie-Parallel Äquivalente



$X_P = \frac{1}{\omega C_P}$	$X_S = \frac{1}{\omega C_S}$
$Q_P = \frac{R_P}{X_P}$	$Q_S = \frac{X_S}{R_S}$
$R_{PE} = R_S (1 + Q_S^2)$	$R_{SE} = \frac{R_P}{1 + Q_P^2}$
$C_{PE} = C_S \frac{Q_S^2}{Q_S^2 + 1}$	$C_{SE} = C_P \frac{Q_P^2 + 1}{Q_P^2}$
$Q_S \geq 10$	$Q_P \geq 10$
$R_{PE} \approx R_S Q_S^2$	$R_{SE} \approx \frac{R_P}{Q_P^2}$
$C_{PE} \approx C_S$	$C_{SE} \approx C_P$

Tabelle 1-5: RC-Serien-Parallel-Äquivalente.

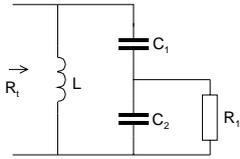
1.8.4 RL Serie-Parallel Äquivalente



$X_P = \omega L_P$	$X_S = \omega L_S$
$Q_P = \frac{R_P}{X_P}$	$Q_S = \frac{X_S}{R_S}$
$R_{PE} = R_S (1 + Q_S^2)$	$R_{SE} = \frac{R_P}{1 + Q_P^2}$
$L_{PE} = L_S \frac{Q_S^2 + 1}{Q_S^2}$	$L_{SE} = L_P \frac{Q_P^2}{Q_P^2 + 1}$
$Q_S \geq 10$	$Q_P \geq 10$
$R_{PE} \approx R_S Q_S^2$	$R_{SE} \approx \frac{R_P}{Q_P^2}$
$L_{PE} \approx L_S$	$L_{SE} \approx L_P$

Tabelle 1-6: RL-Serien-Parallel-Äquivalente.

1.8.5 LC-Kreis mit kapazitivem Teiler



Für $Q_t \approx f_o/B \geq 10$:

$$C \approx \frac{1}{2\pi} BR_t$$

$$L \approx \frac{C}{\omega_o^2}$$

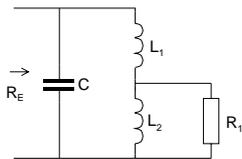
$$Q_t \approx \frac{f_o}{B}$$

$$N = \sqrt{\frac{R_t}{R_2}}$$

Tabelle 1-7: LC-Kreis mit kapazitivem Teiler

Näherungsformeln $Q_p \geq 10$	Formeln für $Q_p < 10$
$Q_p = \frac{Q_t}{N}$	$Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1}$
$C_2 = N \cdot C$	$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_o R_2}$
$C_1 = \frac{C_2}{N - 1}$	$C_{SE} = \frac{C_2 (Q_p^2 + 1)}{Q_p^2}$ $C_1 = \frac{C_{SE} C}{C_{SE} - C}$

1.8.6 LC-Kreise mit induktivem Teiler



Für $Q_i \approx f_o/B \geq 10$:

$$C \approx \frac{1}{2\pi} BR_i$$

$$L \approx \frac{C}{\omega_o^2}$$

$$Q_i \approx \frac{f_o}{B}$$

$$N = \sqrt{\frac{R_i}{R_2}}$$

Tabelle 1-8: LC-Kreis mit induktivem Teiler.

Näherungsformeln $Q_p \geq 10$	Formeln für $Q_p < 10$
$Q_p = \frac{Q_i}{N}$	$Q_p = \sqrt{\frac{Q_i^2 + 1}{N^2}} - 1$
$L_2 = \frac{L}{N}$	$L_2 = \frac{R_2}{\omega_o Q_p}$
$C_1 = (N - 1)L_2 = L - L_2$	$L_{SE} = \frac{L_2 Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$ $L_1 = L - L_{SE}$