

Mathcad Funktionen für Electronic Engineering

Gerhard Krucker
Zaunackerstrasse 9
CH-3113 Rubigen
krucker@krucker.ch

Ausgabe: 18.7.2001

Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS	2
EINLEITUNG.....	3
ZWECK.....	3
COPYRIGHT	3
BENUTZUNG.....	3
FUNKTIONEN	4
NORME(WERT,EREIHE)	4
LINRANGE(X_{START} , X_{END} , N)	6
LOGANGE(X_{START} , X_{END} , N)	8
dB(V), dB10(V)	9
PHASE(G).....	10
MAX2(A,B), MIN2(A,B)	11
BUTTERWORTH(N_{TP}).....	12
TSCHEBYSCHIEFF(N_{TP} , A_{RDB}).....	13
ZERO2POLY(S_p)	14
PARAMETRUMRECHNUNG	15
HE2B(HE), HE2C(HE), HB2E(HB), HB2C(HB), HC2E(HC), HC2B(HC).....	15
A2C(A), A2G(A), A2H(A), A2Y(A), A2Z(A).....	17
H2A(H), H2C, H2G(H), H2Y(H), H2Z(H)	17
C2A(C), C2H(C), C2Y(C), C2Z(C)	17
G2A(G), G2H(G), G2Y(G), G2Z(G).....	17
Y2A(Y), Y2C(Y), Y2G(Y), Y2H(Y), Y2Z(Y)	17
Z2A(Z), Z2C(Z), Z2G(A), Z2H(Z), Z2Y(Z)	17
KONSTANTEN	19
PHYSIKALISCHE KONSTANTEN.....	19
E-NORMWERTE	20
EINHEITEN UND DIMENSIONEN	21

Einleitung

Zweck

Das vorliegende Paket stellt eine Erweiterung für Mathcad 2000 dar. Es beinhaltet Funktionen, Einheiten und Dimensionen sowie Konstanten, die im Umfeld der Berechnung elektronischer Schaltungen benötigt werden.

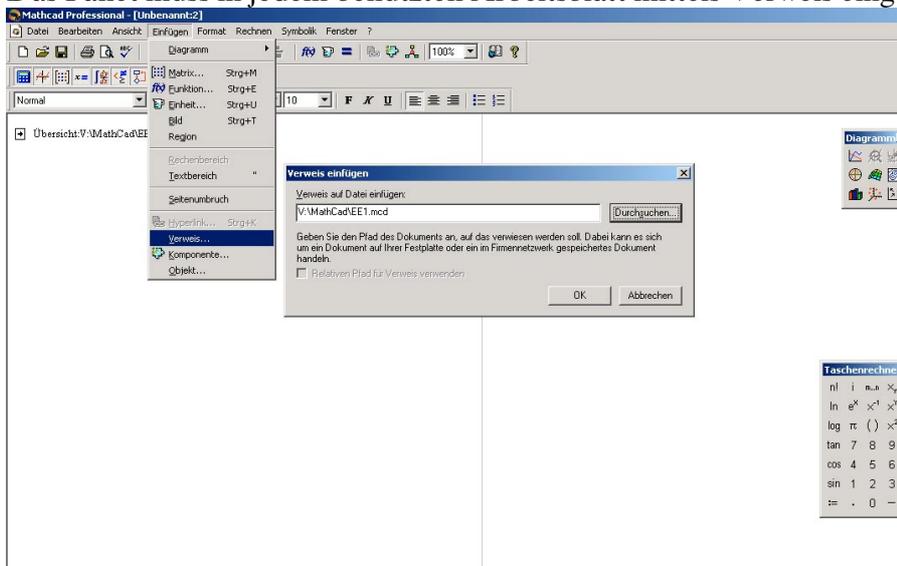
Copyright

Alle Rechte liegen beim Verfasser. Private Verwendung und Weitergabe mit Quellenangabe ist erlaubt. Alle Informationen wurden nach bestem Wissen zusammen gestellt. Fehler und Irrtümer sind nicht ausgeschlossen. Die Verwendung erfolgt auf eigene Gefahr.

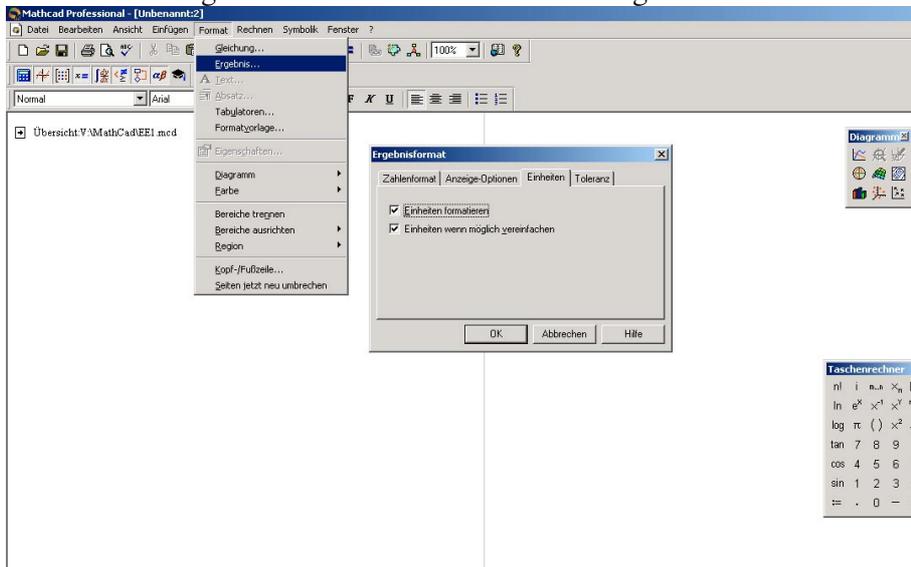
Die Funktionen *linrange()*, *logrange*, *phase()*, *dB()*, *dB10()* sowie die Einheitentabelle wurden von der Idee her und in Teilen des Codes von *George Chien* der *University of California at Berkeley* mit Dank übernommen.

Benutzung

Das Paket muss in jedem benutzten Arbeitsblatt mittels Verweis eingefügt werden:



Sollen die Ausgaben in Einheiten formatiert dargestellt werden bedarf es zusätzlich :



Funktionen

normE(Wert,EREihe)

Funktion:

Retourniert den E-normierten Wert, der über den Parameter *Wert* übergeben wurde.

Parameter:

Wert

Zu normierender Wert. Ist die Größe mit Einheiten behaftet, wird diese an das Resultat weiter gegeben.

EREihe

Zu verwendende E-Normreihe, festgelegt mit symbolischem oder numerischen Wert:

Symbolischer Wert	Numerisches Äquivalent	Wirkung
E0	0	Keine Normung
E1	1	Wert wird nach E1 normiert
E3	2	Wert wird nach E3 normiert
E6	3	Wert wird nach E6 normiert
E12	4	Wert wird nach E12 normiert
E24	5	Wert wird nach E24 normiert
E48	6	Wert wird nach E48 normiert
E96	7	Wert wird nach E96 normiert
E192	8	Wert wird nach E192 normiert

Die Mitte zweier Folgenglieder wird über das geometrische Mittel bestimmt. In der Praxis wird aus Einfachheitsgründen vielfach das arithmetische Mittel benutzt.

Beispiele:

$$\text{normE}(10.2\Omega, E12) = 10 \times 10^0 \Omega$$

$$\text{normE}(31.9\text{nF}, E3) = 22 \times 10^{-9} \text{F}$$

$$\text{normE}(99\text{k}\Omega, E12) = 100 \times 10^3 \Omega$$

$$\text{normE}(34\text{m}\Omega, E6) = 33 \times 10^{-3} \Omega$$

$$\text{normE}(34.23\text{M}\Omega, E0) = 34.23 \times 10^6 \Omega$$

$$\text{normE}(34.23\text{M}\Omega, 2) = 47 \times 10^6 \Omega$$

Bemerkungen:

Die Bestimmung der Normwerte erfolgt für die Reihen E1 bis E24 mit Tabellen. Die Reihen E48 bis E192 werden als Element der geometrischen Folge mit einer Formel berechnet.

linrange(x_{start}, x_{end}, N)

Funktion:

Erzeugt einen Vektor mit N äquidistant angeordneten Werten zwischen x_{start} und x_{end} .

Parameter:

xstart

Startwert = Erstes Element des Vektors

xend

Endwert = Letztes Element des Vektors.

N

Anzahl Elemente im Vektor. Muss ganzzahlig positiv sein.

Implementierung:

$$\text{linrange}(x_{start}, x_{end}, N) := \left\{ \begin{array}{l} a_{N-1} \leftarrow x_{end} \\ \text{delta} \leftarrow \frac{x_{end} - x_{start}}{N - 1} \\ \text{for } i \in 0..N - 2 \\ \quad a_i \leftarrow x_{start} + i \cdot \text{delta} \\ a \end{array} \right.$$

Beispiel:

$\text{linrange}(20, 200, 10) =$

	0
0	$20 \cdot 10^0$
1	$40 \cdot 10^0$
2	$60 \cdot 10^0$
3	$80 \cdot 10^0$
4	$100 \cdot 10^0$
5	$120 \cdot 10^0$
6	$140 \cdot 10^0$
7	$160 \cdot 10^0$
8	$180 \cdot 10^0$
9	$200 \cdot 10^0$

Hinweis:

Eine zugehörige Bereichsvariable `ii` zur Indizierung kann wie folgt definiert werden:

`a := linrange(20, 20, 10)` `ii := 0.. letzte(a)`

`ii =`

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

logrange(x_{start} , x_{end} , N)

Funktion:

Erzeugt einen Vektor mit N logarithmisch angeordneten Werten zwischen x_{start} und x_{end} .

Parameter:

x_{start}

Startwert = Erstes Element des Vektors

x_{end}

Endwert = Letztes Element des Vektors.

N

Anzahl Elemente im Vektor. Muss ganzzahlig positiv sein.

Implementierung:

```
logrange( $x_{start}$ ,  $x_{end}$ ,  $N$ ) :=
    aN-1 ←  $x_{end}$ 
    g ←  $\sqrt[N-1]{\frac{x_{end}}{x_{start}}}$ 
    for i ∈ 0..N-2
        ai ←  $x_{start} \cdot g^i$ 
    a
```

Beispiele:

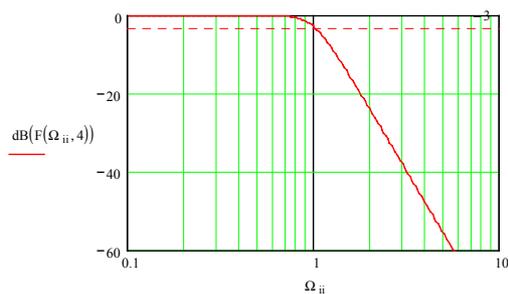
	0
0	1·10 ⁰
1	2.154·10 ⁰
2	4.642·10 ⁰
3	10·10 ⁰
logrange(1Hz, 1kHz, 10) =	4 21.544·10 ⁰ Hz
5	46.416·10 ⁰
6	100·10 ⁰
7	215.443·10 ⁰
8	464.159·10 ⁰
9	1·10 ³

$\Omega := \text{logrange}(0.1, 10, 200)$

ii := 0..letzte(Ω)

$$F(\Omega, n) := \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^{2n}}}$$

Amplitudengang des normierten
ButterworthTiefpass der Ordnung n



$dB(v)$, $dB10(v)$

Funktion:

Berechnen des Spannungsverhältnis (dB) und Leistungsverhältnis (dB10) in Dezibel.

Parameter:

v

Dimensionslose Spannungs- oder Leistungsverhältniszahl.

Werte $v < 10^{-25}$ werden auf -500dB begrenzt. Es wird immer der Betrag von v verwendet. Somit ist eine Betragbildung bei negativen oder komplexen Argumenten nicht notwendig.

Implementierung:

$$dB(v) := \begin{cases} p \leftarrow v \cdot \bar{v} \\ -500 & \text{if } p < 10^{-50} \\ 10 \cdot \log(p) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$dB10(v) := 0.5 \cdot dB(v)$$

Beispiele:

$$dB(100) = 40 \times 10^0$$

$$dB(333) = 50.449 \times 10^0$$

$$dB(\sqrt{2}) = 3.01 \times 10^0$$

$$dB\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3.01 \times 10^0$$

$$dB10(100) = 20 \times 10^0$$

phase(g)

Funktion:

Berechnung der Phase eines komplexen Vektors g in Radian. Das Resultat wird in einem neuen Vektor derselben Grösse retourniert. Unstetigkeitsstellen bei Vielfachen von π werden bei dieser Funktion vermieden.

Parameter:

g
Komplexer Vektor mit ≥ 2 Elementen.

Implementierung:

```
phase(g) :=  $\left\{ \begin{array}{l} \phi \leftarrow \arg(g) \\ \text{return } g \text{ if } \text{letzte}(g) < 2 \\ \text{wrap} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1.. \text{letzte}(g) \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{wrap} \leftarrow \text{wrap} - 2 \cdot \pi \text{ if } (\phi_i - \phi_{i-1} + \text{wrap}) > 3 \\ \text{wrap} \leftarrow \text{wrap} + 2 \cdot \pi \text{ if } (\phi_i - \phi_{i-1} + \text{wrap}) < -3 \\ \phi_i \leftarrow \phi_i + \text{wrap} \end{array} \right. \\ \text{return } \phi \end{array} \right.$ 
```

Beispiele:

Ein Graph eines Frequenzganges eines Tiefpassfilters kann wie folgt gezeichnet werden. (Tschebyscheff normiert, 5. Ordnung, 1dB Welligkeit):

$S_p := \text{tschebyscheff}(5, 1)$

Pole bestimmen

$\Omega := \text{logrange}(0.1, 10, 200)$

$ii := 0.. \text{letzte}(\Omega)$

(normierte) Frequenzachse

$$G(s, S_p) := \frac{1}{\text{lange}(S_p)^{-1} \prod_{i=0} \left(1 - \frac{s}{S_{p_i}} \right)}$$

Übertragungsfunktion

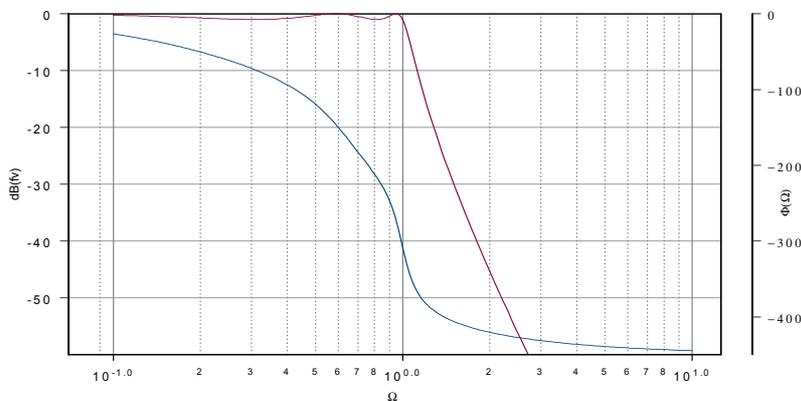
$fv_{ii} := G(j\Omega_{ii}, S_p)$

Komplexer Frequenzgang

$F_{ii} := \text{dB}(fv_{ii})$

$$P := \text{phase}(fv) \cdot \frac{180}{\pi}$$

Amplituden- und Phasenvektor berechnen



max2(a,b), min2(a,b)

Funktion:

Bestimmen des grösseren Wertes (max) oder kleineren Wertes (min) aus dem Paar a, b.

Parameter:

a, b

Zu vergleichende skalare Werte.

Implementierung:

$$\text{max2}(a, b) := \begin{cases} a & \text{if } a > b \\ b & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{min2}(a, b) := \begin{cases} a & \text{if } a < b \\ b & \text{otherwise} \end{cases}$$

Beispiele:

$$\text{min2}(3, 5) = 3 \times 10^0$$

$$\text{min2}(-3, -5) = -5 \times 10^0$$

$$\text{max}(-1, 3) = 3 \times 10^0$$

$$\text{max}(6\text{pF}, 1\text{nF}) = 1 \times 10^{-9} \text{ F}$$

***butterworth*(n_{TP})**

Funktion:

Retourniert die komplexen Pole des normierten Butterworth Tiefpass der Ordnung n_{TP} .

Parameter:

n_{TP}

Ordnung des Tiefpass als positive Ganzzahl ≥ 1 .

Implementierung:

$$\text{butterworth}(n_{TP}) := \begin{cases} \text{for } k \in 0..n_{TP} - 1 \\ \quad S_p \leftarrow -\sin\left(\frac{1 + 2 \cdot k}{2 \cdot n_{TP}} \cdot \pi\right) + j \cdot \cos\left(\frac{1 + 2 \cdot k}{2 \cdot n_{TP}} \cdot \pi\right) \\ \text{return } S_p \end{cases}$$

Beispiele:

$$\text{butterworth}(3) = \begin{pmatrix} -500 \times 10^{-3} + 866.025j \times 10^{-3} \\ -1 \times 10^0 \\ -500 \times 10^{-3} - 866.025j \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$
$$\text{butterworth}(6) = \begin{pmatrix} -258.819 \times 10^{-3} + 965.926j \times 10^{-3} \\ -707.107 \times 10^{-3} + 707.107j \times 10^{-3} \\ -965.926 \times 10^{-3} + 258.819j \times 10^{-3} \\ -965.926 \times 10^{-3} - 258.819j \times 10^{-3} \\ -707.107 \times 10^{-3} - 707.107j \times 10^{-3} \\ -258.819 \times 10^{-3} - 965.926j \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

tschebyscheff(n_{TP}, A_{rdB})

Funktion:

Retourniert die komplexen Pole des normierten Tschebyscheff Tiefpass der Ordnung n_{TP} mit Welligkeit A_{rdB} im Durchlassbereich.

Parameter:

n_{TP}

Ordnung des Tiefpass als positive Ganzzahl ≥ 1 .

A_{rdB}

Welligkeit im Durchlassbereich in dB als positive reelle Zahl > 0.0

Implementierung:

$$\text{tschebyscheff}(n_{TP}, A_{rdB}) := \begin{cases} \varepsilon \leftarrow \sqrt{10^{0.1 A_{rdB}} - 1} \\ \text{for } k \in 0..n_{TP} - 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_{p_k} \leftarrow -\sin\left(\frac{1 + 2 \cdot k}{2 \cdot n_{TP}} \cdot \pi\right) \cdot \sinh\left(\frac{1}{n_{TP}} \cdot \operatorname{arsinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \\ S_{p_k} \leftarrow S_{p_k} + j \cdot \cos\left(\frac{1 + 2 \cdot k}{2 \cdot n_{TP}} \cdot \pi\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{n_{TP}} \cdot \operatorname{arsinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \end{array} \right. \\ \text{return } S_p \end{cases}$$

Beispiele:

$$\text{tschebyscheff}(3, 1) = \begin{pmatrix} -247.085 \times 10^{-3} + 965.999j \times 10^{-3} \\ -494.171 \times 10^{-3} \\ -247.085 \times 10^{-3} - 965.999j \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\text{tschebyscheff}(4, 0.01) = \begin{pmatrix} -410.866 \times 10^{-3} + 1.356j \times 10^0 \\ -991.919 \times 10^{-3} + 561.478j \times 10^{-3} \\ -991.919 \times 10^{-3} - 561.478j \times 10^{-3} \\ -410.866 \times 10^{-3} - 1.356j \times 10^0 \end{pmatrix}$$

zero2poly(S_p)

Funktion:

Polynom in Linearfaktordarstellung, definiert durch Nullstellen in Normalform ausmultiplizieren. Das Resultat wird als Koeffizientenvektor p retourniert.

$$(s + S_{p_0})(s + S_{p_1}) \cdots (s + S_{p_n}) = p_0 + p_1s + p_2s^2 + \cdots + p_ns^2$$

Anwendung z.B. bei der Bestimmung der Übertragungsfunktion eines Polynomfilters anhand der berechneten Pole-Nullstellen.

Parameter:

S_p

Vektor mit Nullstellen des Polynoms. Die Dimension des Vektors muss ≥ 1 sein.

Implementierung:

Synthetische Polynommultiplikation.

```

zero2poly(A) :=
  p0 ← -A0
  p1 ← 1
  pdeg ← 1
  return A if länge(A) = 1
  for i ∈ 1..länge(A) - 1
    for j ∈ pdeg .. 0
      pj+1 ← pj
    p0 ← 0
    for j ∈ 0..pdeg
      pj ← pj - pj+1 · Ai
    pdeg ← pdeg + 1
  return p
  
```

Beispiel:

Butterworth-Polynomkoeffizienten der Ordnung 5:

$n := 5$

$S_p := \text{butterworth}(n)$

Koeffizienten Potenzen

$$S_p = \begin{pmatrix} -309.017 \times 10^{-3} + 951.057j \times 10^{-3} \\ -809.017 \times 10^{-3} + 587.785j \times 10^{-3} \\ -1 \times 10^0 \\ -809.017 \times 10^{-3} - 587.785j \times 10^{-3} \\ -309.017 \times 10^{-3} - 951.057j \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \text{zero2poly}(S_p) = \begin{pmatrix} 1000 \times 10^{-3} \\ 3.236 \times 10^0 \\ 5.236 \times 10^0 \\ 5.236 \times 10^0 \\ 3.236 \times 10^0 \\ 1 \times 10^0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} s^0 \\ s^1 \\ s^2 \\ s^3 \\ s^4 \\ s^5 \end{matrix}$$

Interpretation:

Die Übertragungsfunktion eines normierten Butterworth Tiefpassfilters der Ordnung 5 ist daher:

$$G(s) = \frac{1}{(1+s) \left(1 - \frac{s}{-0.303 + 0.951j}\right) \left(1 - \frac{s}{-0.303 - 0.951j}\right) \left(1 - \frac{s}{-0.809 + 0.588j}\right) \left(1 - \frac{s}{-0.809 - 0.588j}\right)}$$

$$= \frac{1}{s^5 + 3.236s^4 + 5.236s^3 + 5.236s^2 + 3.236s + 1}$$

Parameterumrechnung

HE2B(he), HE2C(he), HB2E(hb), HB2C(hb), HC2E(hc), HC2B(hc)

Funktion

Umrechnung der Transistorparameter für andere Grundschaltungen. Das Resultat wird als 2x2-Matrix retourniert.

HE2B(he)	he-Parameter in hb-Parameter umrechnen
HE2C(he)	he-Parameter in hc-Parameter umrechnen
HB2E(he)	hb-Parameter in he-Parameter umrechnen
HB2C(he)	hb-Parameter in hc-Parameter umrechnen
HC2E(he)	hc-Parameter in he-Parameter umrechnen
HC2B(he)	hc-Parameter in hb-Parameter umrechnen

Parameter

Zu wandelnde Transistorparameter in eine 2x2 Matrix der jeweiligen Grundschaltung. Die Parameter müssen einheitenlos sein.

Implementierung

$$HB2E(hb) := \frac{1}{1 - hb_{1,2} + hb_{2,1} + |hb|} \cdot \begin{bmatrix} hb_{1,1} & |hb| - hb_{1,2} \\ -(|hb| + hb_{2,1}) & hb_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$HE2E(he) := \frac{1}{1 - he_{1,2} + he_{2,1} + |he|} \cdot \begin{bmatrix} he_{1,1} & |he| - he_{1,2} \\ -(|he| + he_{2,1}) & he_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$HE2C(he) := \begin{bmatrix} he_{1,1} & 1 - he_{1,2} \\ -(1 + he_{2,1}) & he_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$HC2E(hc) := \begin{bmatrix} hc_{1,1} & 1 - hc_{1,2} \\ -(1 + hc_{2,1}) & hc_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$HC2B(hc) := \frac{1}{|hc|} \cdot \begin{bmatrix} hc_{1,1} & |hc| + hc_{2,1} \\ -(|hc| - hc_{1,2}) & hc_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$HB2C(hb) := \frac{1}{1 + |hb| - hb_{1,2} + hb_{2,1}} \cdot \begin{pmatrix} hb_{1,1} & 1 + hb_{2,1} \\ hb_{1,2} - 1 & hb_{2,2} \end{pmatrix}$$

Hinweise

Nach Konvention werden die Matrizen mit den Indizes 1,2 indiziert. Damit das erste Element den Index 1 erhält, muss in Mathcad **ORIGIN**≡1 gesetzt werden.

Die Einheiten können nicht direkt in die Matrix eingebracht werden, da Mathcad in Matrizen (anscheinend) nur skalare Komponenten zulässt.

Beispiele

ORIGIN≡ 1

$$\text{he} := \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^3 & 2.4 \cdot 10^{-4} \\ 50 & 24 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix}$$

hb := HE2R(he)

$$\text{hb} = \begin{pmatrix} 19.603 \times 10^0 & 230.535 \times 10^{-6} \\ -980.401 \times 10^{-3} & 470.48 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

hc := HE2Q(he)

$$\text{hc} = \begin{pmatrix} 1 \times 10^3 & 999.76 \times 10^{-3} \\ -51 \times 10^0 & 24 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\text{HC2R}(\text{hc}) = \begin{pmatrix} 1 \times 10^3 & 240 \times 10^{-6} \\ 50 \times 10^0 & 24 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\text{HB2R}(\text{hb}) = \begin{pmatrix} 1 \times 10^3 & 240 \times 10^{-6} \\ 50 \times 10^0 & 24 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\text{HC2R}(\text{hc}) = \begin{pmatrix} 19.603 \times 10^0 & 230.535 \times 10^{-6} \\ -980.401 \times 10^{-3} & 470.48 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

$$\text{HB2Q}(\text{hb}) = \begin{pmatrix} 1000 \times 10^0 & 999.76 \times 10^{-3} \\ -51 \times 10^0 & 24 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

A2C(a), A2C(a), A2G(a), A2H(a), A2Y(a), A2Z(a)

H2A(h), H2C, H2G(h), H2Y(h), H2Z(h)

C2A(c), C2H(c), C2Y(c), C2Z(c)

G2A(g), G2H(g), G2Y(g), G2Z(g)

Y2A(y), Y2C(y), Y2G(y), Y2H(y), Y2Z(y)

Z2A(z), Z2C(z), Z2G(a), Z2H(z), Z2Y(z)

Funktion

Umrechnen der Vierpolmatrizen in andere Parameterformen. Das Resultat wird immer als 2x2 Matrix retourniert.

Parameter

a, h, c, g, y, z

2x2 Matrix mit den umzurechnenden Parameter. Die Parameter müssen einheitenlos sein.

Implementierung

Der Implementierung liegen folgende formalen Zusammenhänge zu Grunde:

A		$\begin{pmatrix} 1 & G_{22} \\ G_{21} & G_{21} \\ G_{11} & \det G \\ G_{21} & G_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\det H & -H_{11} \\ H_{21} & H_{21} \\ -H_{22} & -1 \\ H_{21} & H_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -Y_{22} & -1 \\ Y_{21} & Y_{21} \\ -\det Y & -Y_{11} \\ Y_{21} & Y_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} Z_{11} & \det Z \\ Z_{21} & Z_{21} \\ 1 & Z_{22} \\ Z_{21} & Z_{21} \end{pmatrix}$
C, G, H ⁻¹	$\begin{pmatrix} A_{21} & -\det A \\ A_{11} & A_{11} \\ 1 & A_{12} \\ A_{11} & A_{11} \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} H_{22} & -H_{12} \\ \det H & \det H \\ -H_{21} & H_{11} \\ \det H & \det H \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \det Y & Y_{12} \\ Y_{22} & Y_{22} \\ -Y_{21} & 1 \\ Y_{22} & Y_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -Z_{12} \\ Z_{22} & Z_{22} \\ Z_{21} & \det Z \\ Z_{22} & Z_{22} \end{pmatrix}$
H	$\begin{pmatrix} A_{12} & \det A \\ A_{22} & A_{22} \\ -1 & A_{21} \\ A_{22} & A_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} G_{22} & -G_{12} \\ \det G & \det G \\ -G_{21} & G_{11} \\ \det G & \det G \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 1 & -Y_{12} \\ Y_{11} & Y_{11} \\ Y_{21} & \det Y \\ Y_{11} & Y_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \det Z & Z_{12} \\ Z_{22} & Z_{22} \\ -Z_{21} & 1 \\ Z_{22} & Z_{22} \end{pmatrix}$
Y	$\begin{pmatrix} A_{22} & -\det A \\ A_{12} & A_{12} \\ -1 & A_{11} \\ A_{12} & A_{12} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \det G & G_{12} \\ G_{22} & G_{22} \\ -G_{21} & 1 \\ G_{22} & G_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -H_{12} \\ H_{11} & H_{11} \\ H_{21} & \det H \\ H_{11} & H_{11} \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ \det Z & \det Z \\ -Z_{21} & Z_{11} \\ \det Z & \det Z \end{pmatrix}$
Z	$\begin{pmatrix} A_{11} & \det A \\ A_{21} & A_{21} \\ 1 & A_{22} \\ A_{21} & A_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -G_{12} \\ G_{11} & G_{11} \\ C_{21} & \det C \\ G_{11} & G_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \det H & H_{12} \\ H_{22} & H_{22} \\ -H_{21} & 1 \\ H_{22} & H_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ \det Y & \det Y \\ -Y_{21} & Y_{11} \\ \det Y & \det Y \end{pmatrix}$	

Bemerkung: C, G und H^{-1} Parameter sind identisch.

Referenz: W. Weissgerber, Elektrotechnik für Ingenieure, S. 181, 1991, ISBN 3-528-14918-3

Hinweise

Nach Konvention werden die Matrizen mit den Indizes 1,2 indiziert. Damit das erste Element den Index 1 erhält, muss in Mathcad **ORIGIN=1** gesetzt werden.

Beispiele

ORIGIN=1

$$h := \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^3 & 2.4 \cdot 10^{-4} \\ 50 & 24 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$H2Z(h) = \begin{pmatrix} 500 \times 10^0 & 10 \times 10^0 \\ -2.083 \times 10^6 & 41.667 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$H2A(h) = \begin{pmatrix} -240 \times 10^{-6} & -20 \times 10^0 \\ -480 \times 10^{-9} & -20 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$A2H(H2A(h)) = \begin{pmatrix} 1 \times 10^3 & 240 \times 10^{-6} \\ 50 \times 10^0 & 24 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

Konstanten

Physikalische Konstanten

Elementarladung Elektron	$q_e := 1.6021892 \cdot 10^{-19} \cdot \text{C}$	
Boltzmann Konstante	$k_B := 1.380662 \cdot 10^{-23} \cdot \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 := 2.99792458 \cdot 10^8 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
Permeabilität im Vakuum	$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$	$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
Dielektrizitätskonstante des Vakkums	$\epsilon_0 := \mu_0^{-1} \cdot c_0^{-2}$	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-3} \text{fF} \cdot \mu\text{m}^{-1}$
Plancksche Konstante	$h_p := 6.626176 \cdot 10^{-34} \cdot \text{J} \cdot \text{s}$	
Normfallbeschleunigung	$g := 9.80665 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	
Absoluter Druck	$p_0 := 1.01325 \cdot 10^5 \cdot \text{Pa}$	
Schallgeschwindigkeit bei p_0	$c_{\text{sound}} := 331.2 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
Ruhemasse des Elektrons	$m_e := 9.109534 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg}$	
Ruhemasse des Protons	$m_p := 1.6726485 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg}$	
Klassischer Elektronenradius	$r_e := \frac{q_e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m_e \cdot c_0^2}$	$r_e = 2.818 \times 10^{-15} \text{m}$

Referenz:

Taschenbuch der Physik, H. Kuchling, Verlag Harry Deutsch 1982, S.659, S.152, S. 322,S.659.

E-Normwerte

Sie beinhalten als Vektor eine vollständige Dekade von [100,1000] Normwerten der E-Reihe:

E-Normreihen E1..E24

TabE1 :=	$\begin{pmatrix} 100 \\ 1000 \end{pmatrix}$	TabE3 :=	$\begin{pmatrix} 100 \\ 220 \\ 470 \\ 1000 \end{pmatrix}$	TabE6 :=	$\begin{pmatrix} 100 \\ 150 \\ 220 \\ 330 \\ 470 \\ 680 \\ 1000 \end{pmatrix}$	TabE12 :=	$\begin{pmatrix} 100 \\ 120 \\ 150 \\ 180 \\ 220 \\ 270 \\ 330 \\ 390 \\ 470 \\ 560 \\ 680 \\ 820 \\ 1000 \end{pmatrix}$	TabE24 :=	$\begin{pmatrix} 100 \\ 110 \\ 120 \\ 140 \\ 150 \\ 160 \\ 180 \\ 200 \\ 220 \\ 240 \\ 270 \\ 300 \\ 330 \\ 360 \\ 390 \\ 430 \\ 470 \\ 510 \\ 560 \\ 620 \\ 680 \\ 750 \\ 820 \\ 910 \\ 1000 \end{pmatrix}$
----------	---	----------	---	----------	--	-----------	--	-----------	--

E-Normreihen E48..E192

TabE48 =	TabE96 =	TabE192 =																																																																																																						
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th></th><th>0</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>1</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>2</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>3</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>4</td><td>1·10⁰</td></tr> <tr><td>5</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>6</td><td>3·10⁰</td></tr> <tr><td>7</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>8</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>9</td><td>4·10⁰</td></tr> <tr><td>10</td><td>2·10⁰</td></tr> <tr><td>11</td><td>9·10⁰</td></tr> <tr><td>12</td><td>8·10⁰</td></tr> <tr><td>13</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>14</td><td>6·10⁰</td></tr> <tr><td>15</td><td>5·10⁰</td></tr> </tbody> </table>		0	0	0·10 ⁰	1	5·10 ⁰	2	0·10 ⁰	3	5·10 ⁰	4	1·10 ⁰	5	7·10 ⁰	6	3·10 ⁰	7	0·10 ⁰	8	7·10 ⁰	9	4·10 ⁰	10	2·10 ⁰	11	9·10 ⁰	12	8·10 ⁰	13	7·10 ⁰	14	6·10 ⁰	15	5·10 ⁰	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th></th><th>0</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>1</td><td>2·10⁰</td></tr> <tr><td>2</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>3</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>4</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>5</td><td>3·10⁰</td></tr> <tr><td>6</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>7</td><td>8·10⁰</td></tr> <tr><td>8</td><td>1·10⁰</td></tr> <tr><td>9</td><td>4·10⁰</td></tr> <tr><td>10</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>11</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>12</td><td>3·10⁰</td></tr> <tr><td>13</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>14</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>15</td><td>3·10⁰</td></tr> </tbody> </table>		0	0	0·10 ⁰	1	2·10 ⁰	2	5·10 ⁰	3	7·10 ⁰	4	0·10 ⁰	5	3·10 ⁰	6	5·10 ⁰	7	8·10 ⁰	8	1·10 ⁰	9	4·10 ⁰	10	7·10 ⁰	11	0·10 ⁰	12	3·10 ⁰	13	7·10 ⁰	14	0·10 ⁰	15	3·10 ⁰	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th></th><th>0</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>1</td><td>1·10⁰</td></tr> <tr><td>2</td><td>2·10⁰</td></tr> <tr><td>3</td><td>4·10⁰</td></tr> <tr><td>4</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>5</td><td>6·10⁰</td></tr> <tr><td>6</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>7</td><td>9·10⁰</td></tr> <tr><td>8</td><td>0·10⁰</td></tr> <tr><td>9</td><td>1·10⁰</td></tr> <tr><td>10</td><td>3·10⁰</td></tr> <tr><td>11</td><td>4·10⁰</td></tr> <tr><td>12</td><td>5·10⁰</td></tr> <tr><td>13</td><td>7·10⁰</td></tr> <tr><td>14</td><td>8·10⁰</td></tr> <tr><td>15</td><td>0·10⁰</td></tr> </tbody> </table>		0	0	0·10 ⁰	1	1·10 ⁰	2	2·10 ⁰	3	4·10 ⁰	4	5·10 ⁰	5	6·10 ⁰	6	7·10 ⁰	7	9·10 ⁰	8	0·10 ⁰	9	1·10 ⁰	10	3·10 ⁰	11	4·10 ⁰	12	5·10 ⁰	13	7·10 ⁰	14	8·10 ⁰	15	0·10 ⁰
	0																																																																																																							
0	0·10 ⁰																																																																																																							
1	5·10 ⁰																																																																																																							
2	0·10 ⁰																																																																																																							
3	5·10 ⁰																																																																																																							
4	1·10 ⁰																																																																																																							
5	7·10 ⁰																																																																																																							
6	3·10 ⁰																																																																																																							
7	0·10 ⁰																																																																																																							
8	7·10 ⁰																																																																																																							
9	4·10 ⁰																																																																																																							
10	2·10 ⁰																																																																																																							
11	9·10 ⁰																																																																																																							
12	8·10 ⁰																																																																																																							
13	7·10 ⁰																																																																																																							
14	6·10 ⁰																																																																																																							
15	5·10 ⁰																																																																																																							
	0																																																																																																							
0	0·10 ⁰																																																																																																							
1	2·10 ⁰																																																																																																							
2	5·10 ⁰																																																																																																							
3	7·10 ⁰																																																																																																							
4	0·10 ⁰																																																																																																							
5	3·10 ⁰																																																																																																							
6	5·10 ⁰																																																																																																							
7	8·10 ⁰																																																																																																							
8	1·10 ⁰																																																																																																							
9	4·10 ⁰																																																																																																							
10	7·10 ⁰																																																																																																							
11	0·10 ⁰																																																																																																							
12	3·10 ⁰																																																																																																							
13	7·10 ⁰																																																																																																							
14	0·10 ⁰																																																																																																							
15	3·10 ⁰																																																																																																							
	0																																																																																																							
0	0·10 ⁰																																																																																																							
1	1·10 ⁰																																																																																																							
2	2·10 ⁰																																																																																																							
3	4·10 ⁰																																																																																																							
4	5·10 ⁰																																																																																																							
5	6·10 ⁰																																																																																																							
6	7·10 ⁰																																																																																																							
7	9·10 ⁰																																																																																																							
8	0·10 ⁰																																																																																																							
9	1·10 ⁰																																																																																																							
10	3·10 ⁰																																																																																																							
11	4·10 ⁰																																																																																																							
12	5·10 ⁰																																																																																																							
13	7·10 ⁰																																																																																																							
14	8·10 ⁰																																																																																																							
15	0·10 ⁰																																																																																																							

Hinweis:

Die Vektoren TabE48..TabE192 zeigen nur die ersten 16 Werte.

Beispiele:

$$\text{TabE12}_0 = 100 \times 10^0$$

$$\text{TabE24}_{24} = 1 \times 10^3$$

$$\text{TabE192}_{133} = 493 \times 10^0$$

Einheiten und Dimensionen

$\% = 10 \times 10^{-3}$	ppm := 10^{-6}			
mm = 1×10^{-3} m	$\mu\text{m} := 10^{-6} \cdot \text{m}$	nm := $10^{-9} \cdot \text{m}$	Angström := $10^{-10} \cdot \text{m}$	pm := 10^{-12} m
mW := $10^{-3} \cdot \text{W}$	$\mu\text{W} := 10^{-6} \cdot \text{W}$	nW := $10^{-9} \cdot \text{W}$	pW := $10^{-12} \cdot \text{W}$	
mJ := $10^{-3} \cdot \text{J}$	$\mu\text{J} := 10^{-6} \cdot \text{J}$	nJ := $10^{-9} \cdot \text{J}$	pJ := $10^{-12} \cdot \text{J}$	
V := 1 · V	mV = 1×10^{-3} V	$\mu\text{V} := 10^{-6} \cdot \text{V}$	nV := $10^{-9} \cdot \text{V}$	pV := $10^{-12} \cdot \text{V}$
mA = 1×10^{-3} A	$\mu\text{A} = 1 \times 10^{-6}$ A	nA := $10^{-9} \cdot \text{A}$	pA := $10^{-12} \cdot \text{A}$	fA := $10^{-15} \cdot \text{A}$
k Ω := $10^3 \cdot \text{ohm}$	M Ω = 1×10^6 ohm	G Ω := $10^9 \cdot \text{ohm}$	m Ω := $10^{-3} \cdot \text{ohm}$	
1 · S = $1 \times 10^0 \text{ohm}^{-1}$	mS := $10^{-3} \cdot \text{S}$	$\mu\text{S} := 10^{-6} \cdot \text{S}$		
$\mu\text{F} = 1 \times 10^{-6}$ F	nF = 1×10^{-9} F	pF = 1×10^{-12} F	ffF := $10^{-15} \cdot \text{F}$	
	aF := $10^{-18} \cdot \text{F}$			
mH = 1×10^0 mH	$\mu\text{H} := 10^{-6} \cdot \text{H}$	nH := $10^{-9} \cdot \text{H}$		
1 · s = 1×10^0 s	ms := $10^{-3} \cdot \text{s}$	$\mu\text{s} := 10^{-6} \cdot \text{s}$	ns := $10^{-9} \cdot \text{s}$	
	ps := $10^{-12} \cdot \text{s}$	fs := $10^{-15} \cdot \text{s}$		
	Min := 60 · s	Std := 60 · min	Tag := 24 · Std	
	Woche := 7 · Tag	Jahr := 365 · Tag		
1 · Hz = 1×10^0 Hz	kHz := $10^3 \cdot \text{Hz}$	MHz = 1×10^6 Hz	GHz = 1×10^9 Hz	
nN := $10^{-3} \cdot \text{N}$	$\mu\text{N} := 10^{-6} \cdot \text{N}$	nN := $10^{-9} \cdot \text{N}$		
kg = 1×10^0 kg	mg = 1×10^{-6} kg	$\mu\text{g} := 10^{-9} \cdot \text{kg}$	ng := $10^{-12} \cdot \text{kg}$	