

Ein- und Ausgangswiderstände von Operationsverstärkerschaltungen

Die Ein- und Ausgangswiderstände von beschalteten Operationsverstärkern lassen sich nur mit erheblichem Aufwand exakt berechnen. Vereinfachungen sind in vielen Fällen durchaus möglich und zulässig. Die folgenden Abschnitte zeigen exemplarisch die Herleitung und Berechnung des Ein- und Ausgangswiderstandes für den klassischen Invertierverstärker und die nicht invertierende Verstärkerschaltung. Rechenbeispiele zeigen die Grössenordnung der Werte. Simulationen mit Pspice zeigen, wie mit einem Simulationsprogramm die Werte bestimmt oder verifiziert werden können.

Andere Aspekte wie Offset, Betriebsverstärkung und generelle Dimensionierung werden hier nicht näher betrachtet. Hierzu wird auf die zahlreiche Literatur verwiesen, z.B. [KRU03-3],[TIE99].

Eigenschaften der Operationsverstärker, Begriffe

Der ideale Operationsverstärker hat unendlich grosse Eingangswiderstände. Dies gilt sowohl für den Gegentaktingangswiderstand r_{ge} zwischen den (+,-)-Klemmen wie für den Gleichtaktingangswiderstand r_{gl} von beiden Eingängen gegen Masse.

Der Ausgangswiderstand r_{OUT} beträgt ideal 0Ω , weil der Operationsverstärker vom Modell her eine spannungsgesteuerte Spannungsquelle darstellt. Alle Grössen sind immer auf den unbeschalteten Operationsverstärker bezogen.

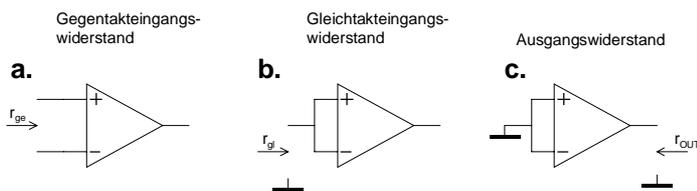


Bild 1:
Definition der Ein- und Ausgangswiderstände beim Operationsverstärker.

Beim realen Operationsverstärker sind Eingangswiderstände durchaus endliche Grössen. Sie sind grundsätzlich als parasitäre Grössen anzusehen. Im Ersatzschaltbild werden sie mit $2r_{gl}$ und r_{ge} modelliert. Der Ausgangswiderstand wird mit r_o eingebracht.

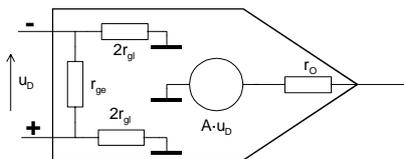


Bild 2:
Modellierung der realen Einflussgrössen für die Ein- und Ausgangswiderstände.

Der Gegentaktingangswiderstand r_{ge} und Gleichtaktingangswiderstand r_{gl} wird vom Hersteller im Datenblatt spezifiziert. Ebenso der Ausgangswiderstand r_o und die frequenzabhängige Leerlaufverstärkung A . Eine messtechnische Bestimmung ist mittels geeigneter Messschaltungen möglich, ist aber immer mit Aufwand verbunden. Weiter können aus Simulatormodellen diese Grössen direkt gelesen werden.

Normalerweise wird vom Hersteller nur der resistive Anteil des Eingangswiderstandes spezifiziert. Wenige Hersteller nennen für einige OpAmp auch den reaktiven Anteil. Dieser kann bereits bei kleineren Frequenzen durchaus ins Gewicht fallen, vor allem bei der nicht invertierenden Verstärkerschaltung. Vgl. auch [FRA97] S. 273, [WUP94], Kap 4.

Nicht invertierende Verstärkerschaltung

Diese zeichnet sich bekannterweise durch einen sehr hohen Eingangswiderstand aus. Durch r_{ge} und r_{gl} wird der theoretisch unendlich grosse Eingangswiderstand in eine endliche Grösse gebracht. Die Beschaltung beeinflusst den Eingangs- und Ausgangswiderstand erheblich.

Grundsätzlich kann der Eingangswiderstand nicht kleiner als der Differenzeingangswiderstand r_{ge} werden, aber auch nicht grösser als der doppelte Gleichtakteingangswiderstand $2r_{gl}$. Grossen Einfluss hat neben der Beschaltung auch die frequenzabhängige Leerlaufverstärkung A . Eine grosse Leerlaufverstärkung bewirkt wegen der stärkeren Gegenkopplung (Serie-Parallel) eine Erhöhung des Eingangswiderstandes und eine Reduktion des Ausgangswiderstandes.

Eingangswiderstand

Der Eingangswiderstand r_i wird mit der Beschaltung nach Bild 3 bestimmt. Wie bei Betriebskenngrössen üblich, wird auch der Lastwiderstand R_L in die Analyse einbezogen.

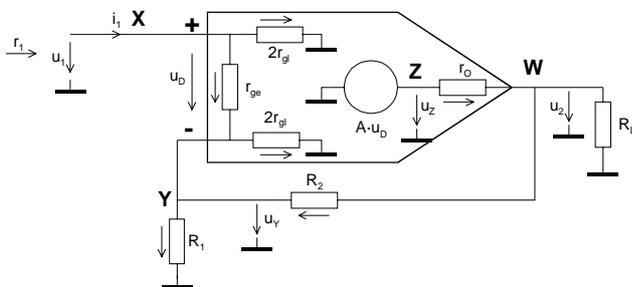


Bild 3: Schaltbild zur Analyse der nicht invertierenden Operationsverstärkerschaltung.

Es gelten in den Knoten die Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 X: \quad i_1 &= \frac{u_1 - u_Y}{R_1} + \frac{u_1}{2r_{gl}} \\
 Y: \quad \frac{u_1 - u_Y}{r_{ge}} + \frac{u_2 - u_Y}{R_2} &= \frac{u_Y}{2r_{gl}} + \frac{u_Y}{R_1} \\
 Z: \quad A(u_1 - u_Y) &= u_Z \\
 W: \quad \frac{u_Z - u_2}{r_o} &= \frac{u_2}{R_L} + \frac{u_2 - u_Y}{R_2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Die Lösung des Gleichungssystems (1) erfolgt nach $i_1(u_1)$. Der Eingangswiderstand $r_i = \frac{u_1}{i_1}$ wird:

$$r_i = \frac{2r_{gl} [2r_{gl} R_1 [R_2 R_L + r_o (R_2 + R_L)] + 2r_{ge} r_{gl} [R_L [R_1 (1 + A) + R_2] + r_o (R_1 + R_2 + R_L)] + r_{ge} R_1 [R_2 R_L + r_o (R_2 + R_L)]}{4r_{gl}^2 [r_o (R_1 + R_2 + R_L) + R_L (R_1 + R_2)] + r_{ge} R_1 [R_2 R_L + r_o (R_2 + R_L)] + 2r_{ge} r_{gl} [r_o (R_1 + R_2 + R_L) + R_L [(1 + A) R_1 + R_2]] + 4r_{gl} R_1 [R_2 R_L + r_o (R_2 + R_L)]} \tag{2}$$

Eine Vereinfachung mit $r_o = 0\Omega$ erscheint für viele Anwendungen zulässig. Es gilt dann:

$$r_i := \frac{2r_{gl} [2r_{ge} r_{gl} [R_1 (1 + A) + R_2] + R_2 R_1 (r_{ge} + 2r_{gl})]}{2r_{ge} r_{gl} [R_1 (1 + A) + R_2] + R_2 R_1 (4r_{gl} + r_{ge}) + 4r_{gl}^2 (R_1 + R_2)} \quad (r_o = 0\Omega) \tag{3}$$

Es macht keinen Sinn diese Formel z.B. durch $r_{gl} \rightarrow \infty$ oder $r_{ge} \rightarrow \infty$ zu vereinfachen. Erstens liegt bei FET-Stufen r_{ge} und r_{gl} etwa in der gleichen Grössenordnung und zweitens strebt der Eingangswiderstand durch die Gegenkopplung gegen $2r_{gl}$.

Der Eingangswiderstand ist durch den Einfluss der Leerlaufverstärkung A frequenzabhängig wie in (2) und (3) erkennbar.

Beispiel 1: Eingangswiderstand NI-Verstärker.

Zu bestimmen ist der Eingangswiderstand nach (2) und (3) der Schaltung in Bild 4.

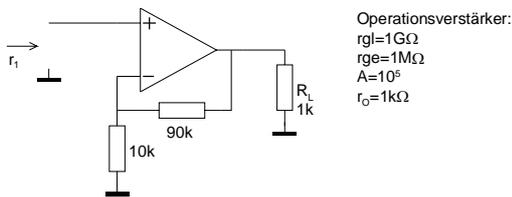


Bild 4:
Schaltbild für die Bestimmung des Eingangswiderstandes in Beispiel 1.

Lösung:

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_2 := 90k\Omega \quad A := 10^5 \quad R_L := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot G\Omega \quad r_{ge} := 1M\Omega \quad r_o := 1k\Omega$$

Berechnungen:

$$r_1 := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_L \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot (R_1 + R_2)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot [(1 + A) \cdot R_1 + R_2]] + 4 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]}$$

$$r_1 = 1.426615 \times 10^9 \Omega$$

$$r_1 := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + R_2 \cdot R_1 \cdot (r_{ge} + 2 \cdot r_{gl})]}{2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + R_2 \cdot R_1 \cdot (4 \cdot r_{gl} + r_{ge}) + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2)} \quad (r_o=0\Omega)$$

$$r_1 = 1.666693 \times 10^9 \Omega$$

Man erkennt eine kleine Differenz der exakten Lösung nach (2) zur Näherung nach (3). Der Wert für r_o ist gegenüber Praxiswerten in diesem Beispiel eher gross.

Beispiel 2: Frequenzabhängigkeit des Eingangswiderstandes beim NI-Verstärker.

Zu bestimmen ist der Eingangswiderstandsverlauf der Schaltung nach Bild 4, wenn ein Operationsverstärker vom Typus 741 ein $GBW=1MHz$ und ein $A_0=10^5$ aufweist. Der Verlauf ist grafisch darzustellen im Bereich $[1Hz,1MHz]$.

Lösung:

Aus dem konstanten Verstärkungs-Bandbreiteprodukt GBW und der DC-Leerlaufverstärkung wird die frequenzabhängige Leerlaufverstärkung $A(s)$ bestimmt. In (2) wird A gegen $A(s)$ ersetzt und ausgewertet.

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_2 := 90k\Omega \quad A_0 := 10^5 \quad R_L := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \infty\Omega \quad r_{ge} := 1M\Omega \quad GBW := 1 \cdot 10^6 \text{ Hz} \quad r_o := 100\Omega$$

Berechnungen:

Frequenzabhängige Leerlaufverstärkung:

$$f_G := \frac{GBW}{A_0} \quad f_G = 10 \times 10^0 \text{ Hz}$$

$$A(f) := \left| \frac{A_0}{1 + i \cdot \frac{f}{f_G}} \right|$$

Eingangswiderstand

$$r_{i1}(f) := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_L \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2] + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot (R_1 + R_2)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot [1 + A(f) \cdot R_1 + R_2]] + 4 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]}$$

$$r_{i2}(f) := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2] + R_2 \cdot R_1 \cdot (r_{ge} + 2 \cdot r_{gl})]}{2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2] + 4 \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot r_{gl} + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + r_{ge} \cdot R_2 \cdot R_1} \quad (r_o=0\Omega)$$

f := logrange(1Hz, 1MHz, 200) ii := 0..letzte(f)

$$A_{ii} := \text{dB}(A(f_{ii})) \quad r_{i1_{ii}} := r_{i1}(f_{ii}) \quad r_{i2_{ii}} := r_{i2}(f_{ii})$$

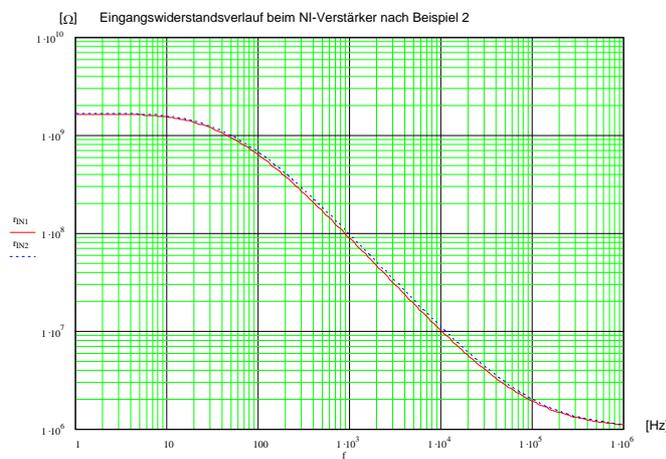


Bild 5:

Berechnung, Verlauf des Eingangswiderstandes und der Leerlaufverstärkung in Beispiel 2.

Die Rechnung zeigt den Eingangswiderstandsverlauf von anfänglich etwa $2r_{gl}$ bei tiefen Frequenzen abfallend in die Grössenordnung von r_{ge} bei hohen Frequenzen. Die Näherungsformel nach (3) liefert praktisch dieselben Werte, da r_o mit 100Ω nur einen kleinen Einfluss hat.

Bemerkung:

In der Praxis hat diese Rechnung jedoch nur beschränkte Richtigkeit. Jeder Operationsverstärker besitzt eine, wenn auch sehr kleine, Eingangskapazität in der Grössenordnung $0.5..10pF$. Weiter wirken unvermeidliche Schaltungskapazitäten. Diese reduzieren zusätzlich bereits bei kleineren Frequenzen die theoretisch sehr hohe Eingangsimpedanz beträchtlich wie Beispiel 3 zeigt.

Beispiel 3: Frequenzabhängige Eingangsimpedanz beim NI-Verstärker mit AD645.

Zu bestimmen ist die betragsmässige Eingangsimpedanz der Schaltung nach Bild 4 bei DC, 1kHz und 10kHz bei Verwendung eines Operationsverstärkers AD645J/A. Die Eingangsgrössen sind mit $r_{gl} = 10^{14} \Omega || 2.1 \text{pF}$ und $r_{ge} = 10^{12} \Omega || 1 \text{pF}$ spezifiziert. Die DC-Leerlaufverstärkung beträgt 130dB und die Transitfrequenz 2MHz.

Lösung:

Der innere Ausgangswiderstand r_o ist nicht spezifiziert. Er wird daher mit 0Ω angenommen und die Berechnung erfolgt mit der vereinfachten Formel (3). In einem ersten Schritt wird die -3.01dB-Frequenz der Leerlaufverstärkung A bestimmt und die frequenzabhängige Leerlaufverstärkung $A(f)$ modelliert. Die Rechnung erfolgt mit parallel geschalteten Kapazitäten zu r_{gl} und r_{ge} . C_{gl} wird hälftig aufgeteilt.

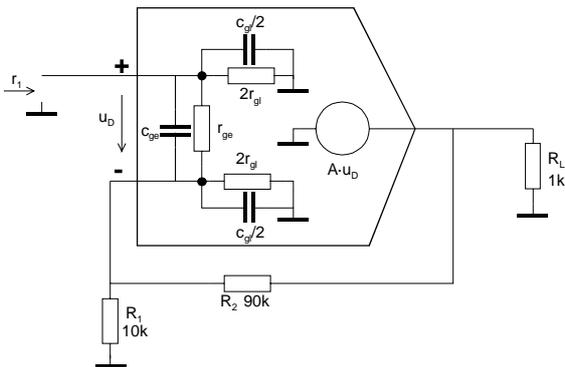


Bild 6:
Relevante Komponenten zur Bestimmung des Eingangswiderstandes r_i in Beispiel 1.

Die numerische Rechnung wird:

Vorgaben:

$$R_1 := 10 \text{k}\Omega \quad R_2 := 90 \text{k}\Omega \quad A_{0\text{dB}} := 130 \quad R_L := 1 \text{k}\Omega$$

$$r_{gl} := 200 \cdot 10^3 \cdot \text{G}\Omega \quad r_{ge} := 10^3 \text{G}\Omega \quad f_T := 2 \cdot 10^6 \text{Hz}$$

$$c_{gl} := 2.2 \text{pF} \quad c_{ge} := 1 \text{pF}$$

Berechnungen:

Frequenzabhängige Leerlaufverstärkung:

$$A_0 := 10^{A_{0\text{dB}}/20} \quad A_0 = 3.1623 \times 10^6$$

$$f_G := \frac{f_T}{A_0} \quad f_G = 632.4555 \times 10^{-3} \text{Hz}$$

$$A(f) := \left| \frac{A_0}{1 + i \cdot \frac{f}{f_G}} \right|$$

Eingangswiderstand

$$r_i(A, r_{ge}, r_{gl}) := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + R_2 \cdot R_1 \cdot (r_{ge} + 2 \cdot r_{gl})]}{2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + 4 \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot r_{gl} + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + r_{ge} \cdot R_2 \cdot R_1} \quad (r_o=0\Omega)$$

DC:

$$A := A_0$$

$$r_i(A, r_{ge}, r_{gl}) = 399.4947 \times 10^{12} \Omega$$

1kHz:

$$A := A(1\text{kHz})$$

$$A = 2 \times 10^3$$

$$r_{\text{ge}1\text{k}} := \frac{r_{\text{ge}} \cdot \frac{i}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot c_{\text{ge}}}}{r_{\text{ge}} + \frac{i}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot c_{\text{ge}}}} \quad |r_{\text{ge}1\text{k}}| = 159.1549 \times 10^6 \Omega$$

$$r_{\text{gl}1\text{k}} := \frac{r_{\text{gl}} \cdot \frac{i}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot c_{\text{gl}}}}{r_{\text{gl}} + \frac{i}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot c_{\text{gl}}}} \quad |r_{\text{gl}1\text{k}}| = 72.3432 \times 10^6 \Omega$$

$$|r_1(A, r_{\text{ge}1\text{k}}, r_{\text{gl}1\text{k}})| = 144.0349 \times 10^6 \Omega$$

10kHz:

$$A := A(10\text{kHz})$$

$$A = 200 \times 10^0$$

$$r_{\text{ge}10\text{k}} := \frac{r_{\text{ge}} \cdot \frac{i}{2\pi \cdot 10\text{kHz} \cdot c_{\text{ge}}}}{r_{\text{ge}} + \frac{i}{2\pi \cdot 10\text{kHz} \cdot c_{\text{ge}}}} \quad |r_{\text{ge}10\text{k}}| = 15.9155 \times 10^6 \Omega$$

$$r_{\text{gl}10\text{k}} := \frac{r_{\text{gl}} \cdot \frac{i}{2\pi \cdot 10\text{kHz} \cdot c_{\text{gl}}}}{r_{\text{gl}} + \frac{i}{2\pi \cdot 10\text{kHz} \cdot c_{\text{gl}}}} \quad |r_{\text{gl}10\text{k}}| = 7.2343 \times 10^6 \Omega$$

$$|r_1(A, r_{\text{ge}10\text{k}}, r_{\text{gl}10\text{k}})| = 13.8683 \times 10^6 \Omega$$

Man erkennt bei DC den extrem hohen Eingangswiderstand in der Grössenordnung von 400TΩ. Dies ist in einer praktischen Schaltung nicht zu erwarten und dimensionierbar. Wird dieser Wert mit einer Simulation mit dem Herstellermodell verifiziert, ist der grösste erreichbare Eingangswiderstand, modellbedingt 1TΩ. Bei der praktischen Realisation verlangen Eingangswiderstände >100MΩ bereits spezielle Massnahmen, wie Montage der Eingänge auf Teflonstützen.

Beeindruckend ist aber starke Abnahme des Eingangswiderstandes wegen der Eingangskapazitäten. In einer Beschaltung sind noch zusätzliche Kapazitäten in der gleichen Grössenordnung zu erwarten, die den AC-Eingangswiderstand weiter reduzieren.

Ausgangswiderstand

Der Ausgangswiderstand r_2 wird mit Berücksichtigung des Quellenwiderstandes R_G nach Schaltung in Bild 7 bestimmt.

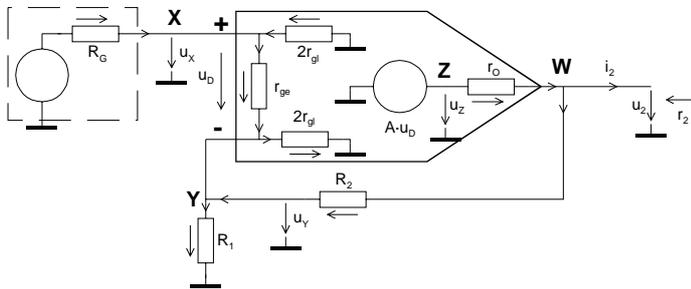


Bild 7: Schaltbild zur Analyse des Ausgangswiderstandes r_2 bei der nicht invertierenden Operationsverstärkerschaltung.

Wie für den Eingangswiderstand praktiziert, erfolgt ein Ansatz mit Knoten und Maschen:

$$\begin{aligned}
 X: \quad & \frac{-u_X}{R_G} + \frac{-u_X}{2r_{gl}} = \frac{u_X - u_Y}{r_{ge}} \\
 Y: \quad & \frac{u_X - u_Y}{r_{ge}} + \frac{u_2 - u_Y}{R_2} = \frac{u_Y}{R_1} + \frac{u_Y}{2r_{gl}} \\
 W: \quad & \frac{u_Z - u_2}{r_o} = \frac{u_2 - u_Y}{R_2} + i_2 \\
 Z: \quad & u_Z = A(u_X - u_Y)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Der Ausgangswiderstand wird nach Rechnung und Umformung:

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [4r_{gl}^2 + 2r_{ge} \cdot r_{gl}] [R_G(R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2] + 4r_{ge} \cdot r_{gl}^2 (R_1 + R_2) + (r_{ge} + 4r_{gl}) \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot R_G}{4r_{gl}^2 \cdot r_{ge} [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + 2r_{ge} \cdot r_{gl} [R_G [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o)] + R_1 \cdot R_G (r_{ge} + 4r_{gl}) (r_o + R_2) + 4r_{gl}^2 [R_G (R_1 + R_2 + r_o) + R_1 \cdot (R_2 + r_o)]} \tag{5}$$

Bei Idealisierung von r_{ge} und r_{gl} kann der Ausdruck ohne grossen Fehler erheblich vereinfacht werden:

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [R_1 \cdot (R_2 + R_G) + r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_G \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (A + 1) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o) + R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o)} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty) \tag{6}$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \tag{7}$$

Wie in (5) und (6) ersichtlich, hat der Generatorwiderstand R_G eher einen kleinen Einfluss auf den Ausgangswiderstand.

Beispiel 4: Ausgangswiderstand beim NI-Verstärker.

Zu bestimmen ist der Ausgangswiderstand nach (5)..(7) der Schaltung nach Bild 4 mit einem Generatorwiderstand von 0Ω .

Lösung:

Die Rechnung ergibt direkt:

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_2 := 90k\Omega \quad A := 10^6 \quad R_L := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot G\Omega \quad r_{ge} := 1M\Omega \quad r_o := 100\Omega \quad R_G := 0k\Omega$$

Ausgangswiderstand

$$r_2 := \frac{r_o \cdot \left[\left(4 \cdot r_{gl}^2 + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \right) \cdot \left[R_G \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2 \right] + 4 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot R_G \right]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot r_{ge} \cdot \left[R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o \right] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot \left[R_G \cdot \left[R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o \right] + R_1 \cdot (R_2 + r_o) \right] + R_1 \cdot R_G \cdot (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot (r_o + R_2) + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot \left[R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o) + R_1 \cdot (R_2 + r_o) \right]}$$

$$r_2 = 1.009 \times 10^{-3} \Omega$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot \left[R_1 \cdot (R_2 + R_G) + r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_G \cdot R_2 \right]}{r_{ge} \cdot \left[R_1 \cdot (A + 1) + R_2 + r_o \right] + R_1 \cdot (R_2 + r_o) + R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o)} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 1.009 \times 10^{-3} \Omega$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 999.99 \times 10^{-6} \Omega$$

Beispiel 5: Frequenzabhängigkeit des Ausgangswiderstandes beim NI-Verstärker.

Zu bestimmen ist der Ausgangswiderstandsverlauf mit (5)..(7) der Schaltung nach Bild 8 und den Operationsverstärkerdaten nach Bild 9.

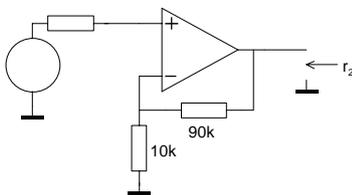


Bild 8:
Schaltbild für die Bestimmung des Ausgangswiderstandes in Beispiel 5.

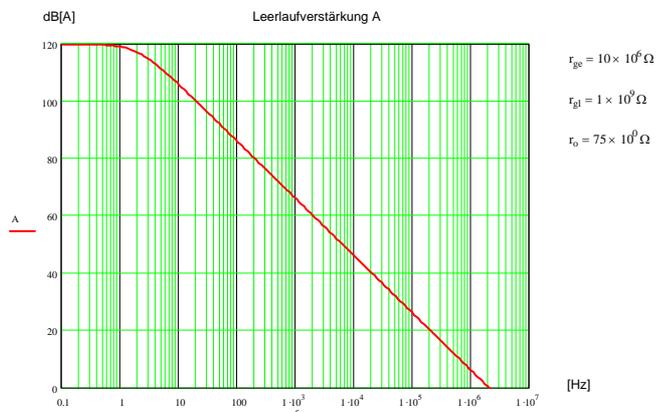


Bild 9:
Operationsverstärkerdaten für Beispiel 5.

Lösung:

In den Gleichungen (5)..(7) wird die frequenzabhängige Leerlaufverstärkung eingesetzt. Dazu wird vorgängig das A_0 und die Transitfrequenz f_T aus Bild 9 gelesen. Analog Beispiel 2 wird die Leerlaufverstärkung $A(f)$ als rationale Funktion modelliert.

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_2 := 100k\Omega \quad A_0 := 10^6 \quad R_G := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \Omega \quad r_{ge} := 10M\Omega \quad f_T := 2 \cdot 10^6 \text{ Hz} \quad r_o := 75\Omega$$

Berechnungen:

Frequenzabhängige Leerlaufverstärkung:

$$f_G := \frac{f_T}{A_0} \quad f_G = 2 \times 10^0 \text{ Hz}$$

$$A(f) := \left| \frac{A_0}{1 + i \cdot \frac{f}{f_G}} \right|$$

Ausgangswiderstand

$$r_{21}(f) := \frac{r_o \cdot \left[(4 \cdot r_{gl}^2 + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl}) \cdot [R_G \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2] + 4 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot R_G \right]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2 + r_o] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_G \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o)] + R_1 \cdot R_G \cdot (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot (r_o + R_2) + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot [R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o) + R_1 \cdot (R_2 + r_o)]}$$

$$r_{22}(f) := \frac{r_o \cdot [R_1 \cdot (R_2 + R_G) + r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_G \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (A(f) + 1) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o) + R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o)} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty)$$

$$r_{23}(f) := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty)$$

$$f := \text{logrange}(0.1\text{Hz}, 10\text{MHz}, 200) \quad ii := 0.. \text{letzte}(f)$$

$$r_{OUT1_{ii}} := r_{21}(f_{ii}) \quad r_{OUT2_{ii}} := r_{22}(f_{ii}) \quad r_{OUT3_{ii}} := r_{23}(f_{ii})$$

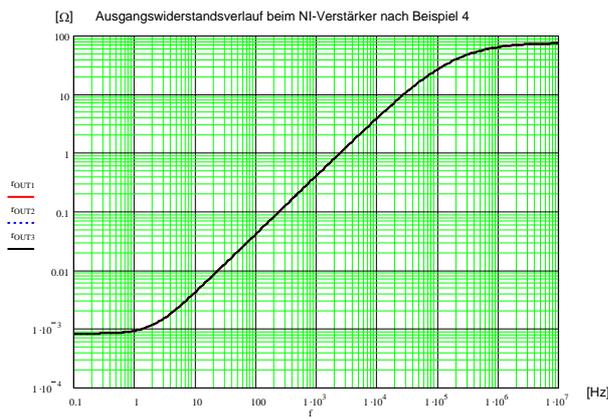


Bild 10: Verlauf des Ausgangswiderstandes der Schaltung in Beispiel 5.

Wie aus dem Graphen ersichtlich, ist der Ausgangswiderstand ausgeprägt frequenzabhängig. Bekannterweise wird er grob etwa um den Faktor der Leerlaufverstärkung reduziert. Vom Resultat her ist aber kein signifikanter Unterschied der Gleichungen (5)..(7) festzustellen.

Invertierende Verstärkerschaltung

Beim Invertierverstärker ist der Eingangswiderstand massgeblich durch die Beschaltung definiert. Die Gegentakt- und Gleichtaktwiderstände spielen hier praktisch keine Rolle. Der Ausgangswiderstand liegt hingegen etwa in der gleichen Grössenordnung wie beim nicht invertierenden Verstärker.

Eingangswiderstand

Der Eingangswiderstand r_i wird mit der Beschaltung nach Bild 11 bestimmt. Zusätzlich wird der eventuelle Biasstrom-Kompensationswiderstand R_3 und der Lastwiderstand R_L in die Analyse einbezogen.

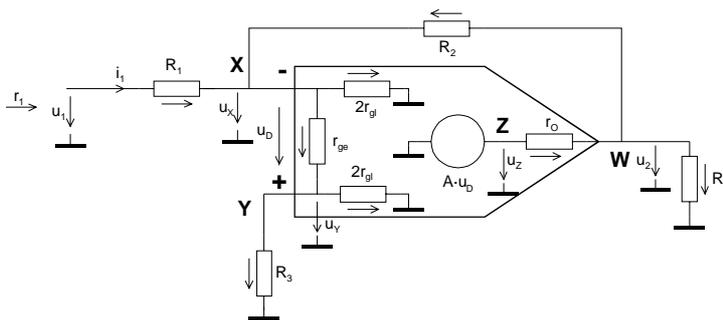


Bild 11:
Schaltbild zur Analyse der invertierenden Operationsverstärkerschaltung.

Es gelten in den Knoten die Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{u_{R1}}{R_1} = \frac{u_1 + u_X}{R_1} \\
 X: \quad \frac{u_1 - u_X}{R_1} + \frac{u_2 - u_X}{R_2} &= \frac{-u_D}{r_{ge}} + \frac{u_X}{2r_{gl}} \\
 Y: \quad \frac{u_X - u_Y}{r_{ge}} &= \frac{u_{2rgl}}{2r_{gl}} + \frac{u_{R3}}{R_3} \\
 Z: \quad A \cdot u_D &= A \cdot u_{r_{ge}} = u_Z \\
 W: \quad \frac{u_Z - u_2}{r_O} &= \frac{u_2}{R_L} + \frac{u_2 - u_X}{R_2}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Die Lösung des Gleichungssystems (8) erfolgt nach $i_1(u_1)$. Da $r_{ge} \gg R_1$ und $r_{gl} \gg R_1$ können diese beim Invertierverstärker ohne Fehler vernachlässigt werden. Der vereinfachte Eingangswiderstand

$$r_1 = \frac{u_1}{i_1} \text{ wird: } r_1 := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A) + R_1 \cdot R_2 + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)}{r_o + R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \tag{9}$$

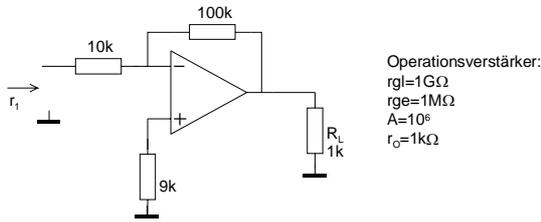
Da r_o in der Regel recht klein ist, bietet sich auch hier eine Vereinfachung an, indem man $r_o = 0\Omega$ setzt:

$$r_1 := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A) + R_L \cdot R_2}{R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_1 = \bullet \tag{10}$$

Man erkennt ferner in (9) und (10), dass der Eingangswiderstand durch den Einfluss der Leerlaufverstärkung A ausgeprägt frequenzabhängig ist.

Beispiel 6: Eingangswiderstand Invertierverstärker.

Zu bestimmen ist der Eingangswiderstand nach der Schaltung in Bild 12.



Operationsverstärker:
 $r_{gl}=1G\Omega$
 $r_{ge}=1M\Omega$
 $A=10^6$
 $r_o=1k\Omega$

Bild 12:
Schaltbild für die Bestimmung des Eingangswiderstandes in Beispiel 6

Lösung:

Vorgaben:

$R_1 := 10k\Omega$ $R_2 := 100k\Omega$ $A := 10^6$ $R_L := 1k\Omega$
 $r_{gl} := 1 \cdot G\Omega$ $r_{ge} := 1M\Omega$ $r_o := 1k\Omega$ $R_3 := 9k\Omega$ $R_G := 0k\Omega$

Eingangswiderstand

$$r_1 := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A) + R_L \cdot R_2 + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)}{r_o + R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_1 = 10.0002 \times 10^3 \Omega$$

$$r_1 := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A) + R_L \cdot R_2}{R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_1 = 10.0001 \times 10^3 \Omega$$

Da r_{ge} und r_{gl} vernachlässigt wurden fällt auch der Wert für R_3 nicht ins Gewicht. Selbst mit der stark vereinfachten Formel nach (10) ist eine hinreichend genaue Berechnung möglich.

Beispiel 7: Frequenzabhängigkeit des Eingangswiderstandes beim Invertierverstärker.

Zu bestimmen ist der Eingangswiderstandsverlauf der Schaltung in Bild 12 analog Beispiel 2.

Lösung:

Vorgehen mit Vorgaben für den Operationsverstärker analog Beispiel 2.

Vorgaben:

$R_1 := 10k\Omega$ $R_2 := 100k\Omega$ $A_0 := 10^5$ $R_L := 1k\Omega$
 $r_{gl} := 1 \cdot G\Omega$ $r_{ge} := 1M\Omega$ $GBW := 1 \cdot 10^6 \text{Hz}$ $r_o := 100\Omega$

Berechnungen:

Frequenzabhängige Leerlaufverstärkung:

$$f_G := \frac{GBW}{A_0} \quad f_G = 10 \times 10^0 \text{Hz}$$

$$A(f) := \left| \frac{A_0}{1 + i \cdot \frac{f}{f_G}} \right|$$

Eingangswiderstand

$$r_{11}(f) := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A(f)) + R_L \cdot R_2 + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)}{r_o + R_L \cdot (1 + A(f))} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty)$$

$$r_{12}(f) := \frac{R_1 \cdot R_L \cdot (1 + A(f)) + R_L \cdot R_2}{R_L \cdot (1 + A(f))} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty, r_o=0)$$

f := logrange (1Hz, 10MHz, 200)

ii := 0., letzte(f)

r_{IN1} := r₁₁(f_{ii})

r_{IN2} := r₁₂(f_{ii})

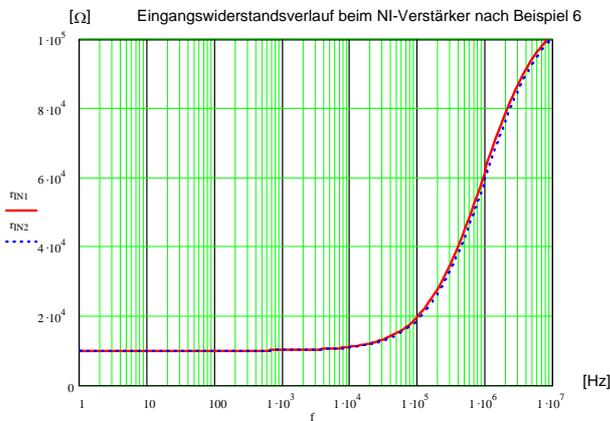


Bild 13: Berechnung und Verlauf des Eingangswiderstandes in Beispiel 7.

Die Rechnung zeigt, dass der Eingangswiderstand von anfänglich R_1 ab etwa $f_T/10$ stark anzusteigen beginnt und sich dem Wert von R_1+R_2 nähert. Die Näherungsformel nach (10) liefert praktisch dieselben Werte.

Ausgangswiderstand

Der Ausgangswiderstand r_2 wird mit Berücksichtigung des Quellenwiderstandes R_G nach Schaltung in Bild 14 bestimmt. Zur Herleitung wird der Generatorwiderstand direkt in R_1 integriert.

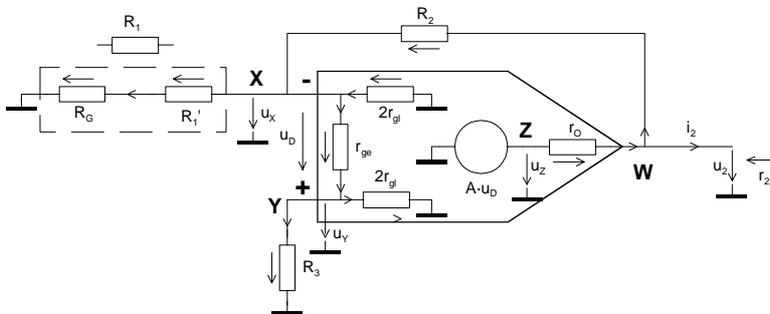


Bild 14: Schaltbild zur Analyse des Ausgangswiderstandes r_2 bei der invertierenden Operationsverstärkerschaltung.

Wie für den Eingangswiderstand praktiziert, erfolgt ein Ansatz mit Knoten und Maschen. Der Gleichtaktingangswiderstand hat für das Resultat praktisch keinen Einfluss und wird daher vernachlässigt. Der Ausgangswiderstand wird nach Rechnung und Umformung:

$$R_1 := R_1 + R_G$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2} \quad (\text{vgl. } \rightarrow \infty) \tag{11}$$

Die Gleichung (11) unterstellt, dass in R_1 der Generatorwiderstand addiert wurde. Wird in (11) weiter idealisiert vereinfacht sich die Rechnung für den Ausgangswiderstand weiter:

$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (\text{vgl. } r_{ge} \rightarrow \infty) \tag{12}$$

Beispiel 8: Ausgangswiderstand beim Invertierverstärker.

Zu bestimmen ist der Ausgangswiderstand der Schaltung in Bild 12 mit einem Generatorwiderstand von $2k\Omega$.

Lösung:

Die Rechnung ergibt direkt:

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_2 := 90k\Omega \quad A := 10^6 \quad R_L := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \Omega \quad r_{ge} := 1M\Omega \quad r_o := 1k\Omega \quad R_G := 2k\Omega \quad R_3 := 9k\Omega$$

Ausgangswiderstand $R_1 := R_1 + R_G$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 8.666 \times 10^{-3} \Omega$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 8.5 \times 10^{-3} \Omega$$

Beispiel 9: Frequenzabhängigkeit des Ausgangswiderstandes beim Invertierverstärker.

Zu bestimmen ist der Ausgangswiderstandsverlauf mit der Schaltung nach Bild 16 und den Operationsverstärkerdaten nach Bild 15.

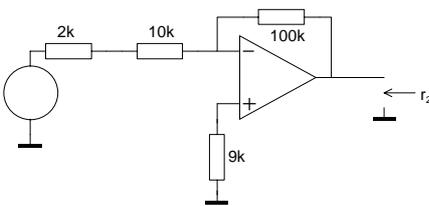


Bild 16: Schaltung zur Berechnung des Ausgangswiderstandes in Beispiel 9.

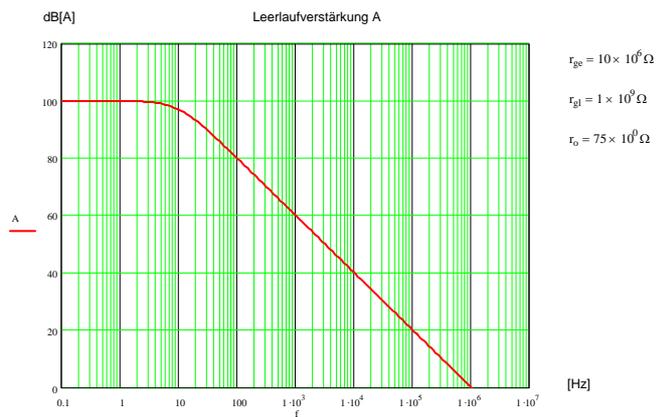


Bild 15: Verlauf der Leerlaufverstärkung für Beispiel 9.

Lösung:

analog Beispiel 5. Die Rechnung wird mit (11), (12) direkt:

Vorgehen

Vorgaben:

$$R_1 := 10k\Omega \quad R_3 := 100k\Omega \quad A_0 := 10^6 \quad R_G := 1k\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \Omega \quad r_{ge} := 10M\Omega \quad f_T := 2 \cdot 10^6 \text{ Hz} \quad r_o := 75\Omega \quad R_2 := 9k\Omega$$

Berechnungen:

Frequenzabhängige Leerlaufverstärkung:

$$f_G := \frac{f_T}{A_0} \quad f_G = 2 \times 10^0 \text{ Hz}$$

$$A(f) := \left| \frac{A_0}{1 + i \cdot \frac{f}{f_G}} \right|$$

Ausgangswiderstand $R_1 := R_1 + R_G$

$$r_{21}(f) := \frac{r_o \cdot [r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2 + r_o] + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty)$$

$$r_{22}(f) := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A(f)) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty)$$

f := logrange(0.1Hz, 10MHz, 200) ii := 0.. letzte(f)

r_{OUT1_ii} := r₂₁(f_{ii}) r_{OUT2_ii} := r₂₂(f_{ii})

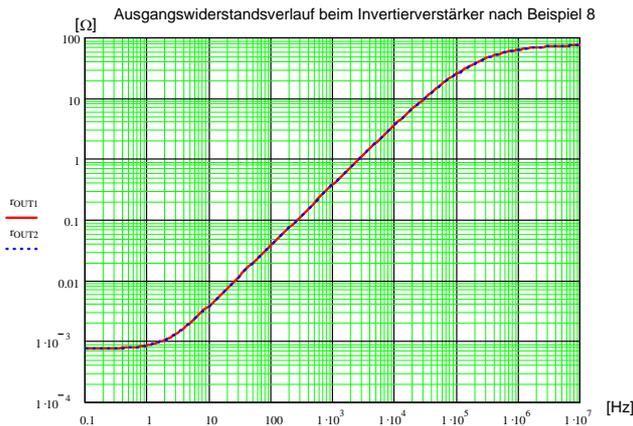


Bild 17: Verlauf der Leerlaufverstärkung der Schaltung in Beispiel 9.

Wie beim nicht invertierenden Verstärker, erkennt man ein Ansteigen des Ausgangswiderstandes nach der Grenzfrequenz f_G . Die Ursachen sind dieselben wie beim nicht invertierenden Verstärker.

Simulationsbeispiele

Nachfolgend werden einige Beispiele mit einer Simulation verifiziert. Die Notationen beruhen auf Cadence 14.0 mit dem Microsim Pspice 9.1 Simulator. Die Beispiele werden alle mit einem idealen Operationsverstärker berechnet, modelliert nach Bild 2. Dies ist keine Einschränkung für die Praxis, sondern soll zeigen, dass dieselben Resultate wie in der formalen Rechnung erhalten werden.

Grundsätzlich zu beachten ist, dass die Ein- und Ausgangswiderstände nur indirekt bestimmt werden können. Der Ausgangswiderstand wird durch Einspeisen eines konstanten Wechselstromes geeigneter Größe und Rechnung nach Bild 18 bestimmt.

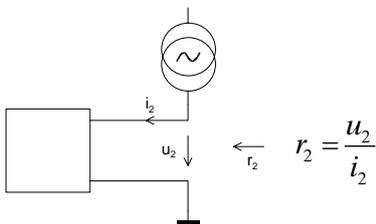
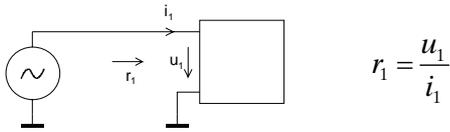


Bild 18: Prinzip zur Bestimmung des Ausgangswiderstandes bei der Simulation.

Der Eingangswiderstand wird gemäss Bild 19 durch Einspeisen einer konstanten Wechselspannung und anschliessender Rechnung bestimmt.



$$r_1 = \frac{u_1}{i_1}$$

Bild 19: Prinzip zur Bestimmung des Eingangswiderstandes bei der Simulation.

Beispiel 10: Simulation des Eingangswiderstandes beim NI-Verstärker. Zu bestimmen ist mit einer Simulation der Eingangswiderstand nach Beispiel 1.

Lösung:

Die Schaltung wird gemäss Bild 4 erstellt und im Zeitbereich simuliert (Transientenanalyse). Der Operationsverstärker wird nach Bild 2 mit der spannungsgesteuerten Spannungsquelle E_1 und den Widerständen r_{ge} , r_{gl} und r_o modelliert.

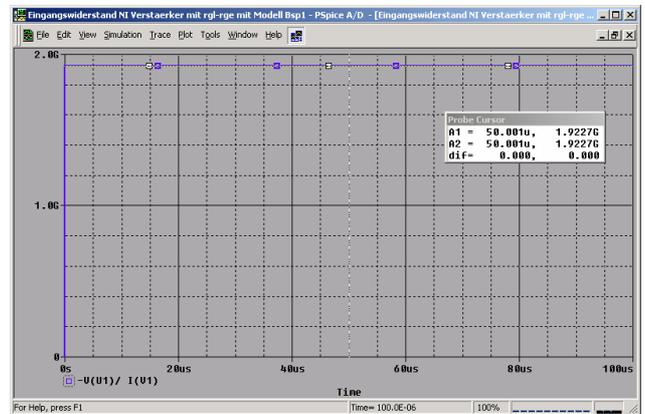
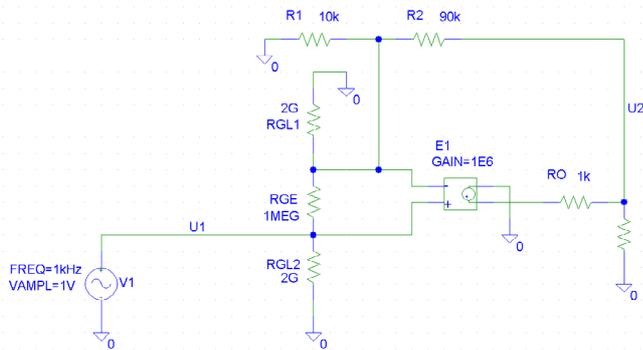


Bild 20: Schaltplan und Eingangswiderstand als Simulationsresultat zu Beispiel 10.

Die Simulation bestätigt exakt das Resultat der formalen Rechnung, was auch zu erwarten war. Ein anderes Vorgehen zur Simulation ist ebenfalls möglich.

Beispiel 11: Frequenzabhängigkeit des Eingangswiderstandes beim NI-Verstärker.

Zu bestimmen mit Hilfe einer Simulation ist der Eingangswiderstandsverlauf der Schaltung nach Bild 4, analog Beispiel 2. Es wird ein Operationsverstärker vom Typus 741 mit einem GBW=1MHz und $A_o=10^5$ verwendet. Der Verlauf ist grafisch darzustellen im Bereich [1Hz,1MHz].

Lösung:

Das frequenzabhängige Verhalten wird mit einem Laplace-Block (ELAPLACE) der Pspice ABM-Bibliothek dargestellt. Die notwendigen Parameter wurden bereits in Beispiel 2 bestimmt und werden übernommen. Die Simulation erfolgt als AC-Analyse im Frequenzbereich 1Hz..1MHz.

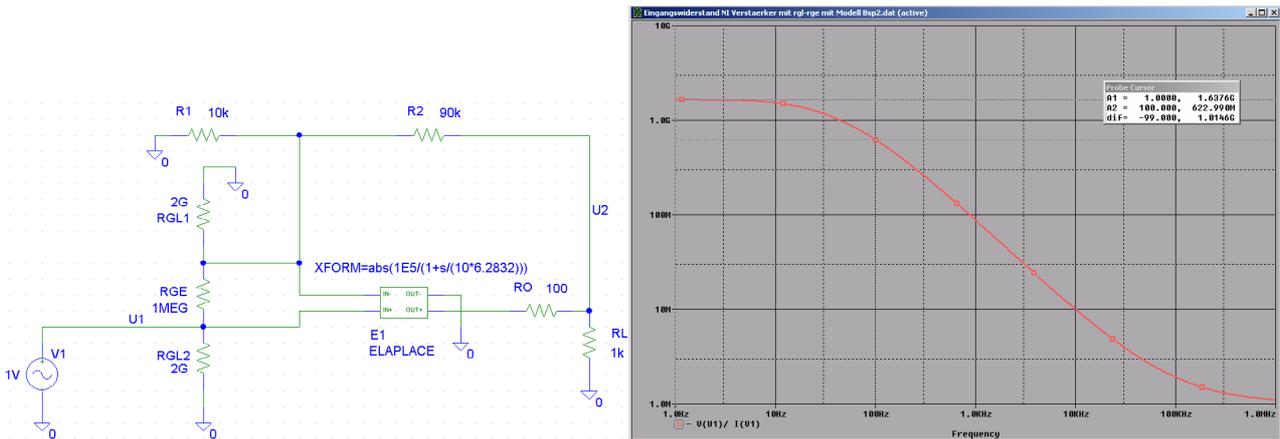


Bild 21: Schaltplan und Verlauf des Eingangswiderstandes als Simulationsresultat zu Beispiel 11.

Die Simulation bestätigt exakt die Werte der formalen Rechnung.

Beispiel 12: Ausgangswiderstand beim NI-Verstärker.

Zu verifizieren ist die Ausgangswiderstandsrechnung nach Beispiel 4.

Lösung:

Die Ausgangswiderstandsbestimmung erfolgt dem Prinzip in Bild 18. Der Strom der Quelle i_2 wird der Größenordnung des zu erwartenden Ausgangswiderstandes entsprechend vorgegeben. Die Frequenz ist frei wählbar, sollte aber bei realen Operationsverstärkern im Betriebsbereich liegen.

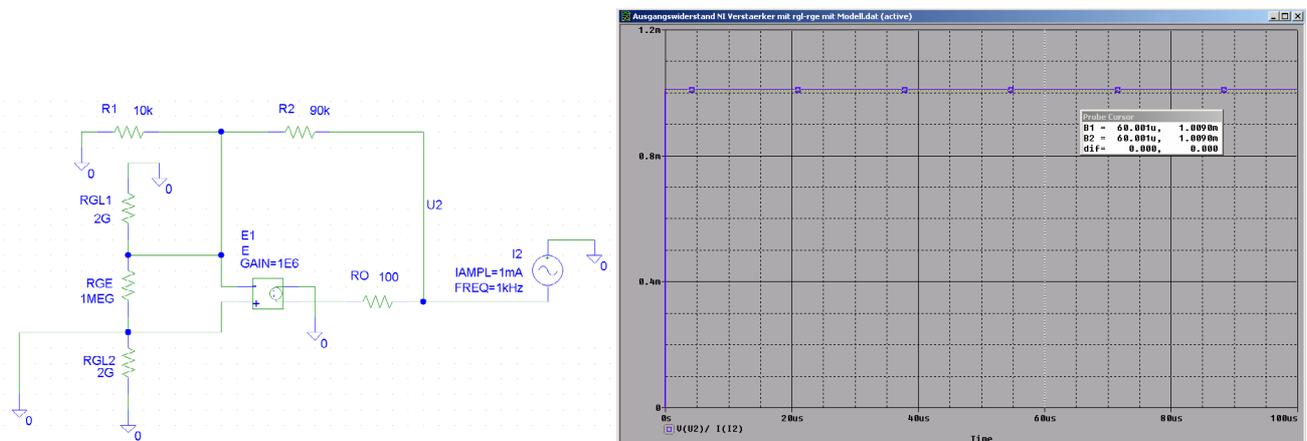


Bild 22: Schaltplan und Eingangswiderstand als Simulationsresultat zu Beispiel 12.

Das Resultat ist wiederum identisch mit der formalen Lösung nach Beispiel 4.

Zusammenfassung

Die exakte Bestimmung der Eingangswiderstände ist rechnerisch anspruchsvoll und setzt auch die Kenntnis der effektiven Werte der Gleichtakt- und Gegentakteingangswiderstände voraus.

Verstärkerschaltungen mit sehr hohen Eingangswiderständen sind nur mit nicht invertierenden Schaltungen möglich. Parasitäre Einflüsse, wie Fehlströme durch Leiterplattenmaterial und ungünstigem Layout, können die Werte signifikant reduzieren. Der Eingangswiderstand ist ausgeprägt von der Leerlaufverstärkung abhängig. Für eine grosse Leerlaufverstärkung beträgt er etwa $2r_{gl}$ und fällt mit sinkender Leerlaufverstärkung gegen r_{ge} ab.

Die teilweise sehr grossen Eingangswiderstände bis in den T Ω -Bereich sind wegen der externen Schaltungseinflüsse in der Praxis unrealistisch. In der Beschaltung sind Widerstände $>1\text{G}\Omega$ nur schwer kontrollierbar und gezielt dimensionierungsrelevant zu berücksichtigen.

Bei der invertierenden Verstärkerschaltung ist der Eingangswiderstand praktisch ausschliesslich von der Beschaltung gegeben. Er beträgt für grosse Leerlaufverstärkungen R_1 und steigt mit sinkender Leerlaufverstärkung gegen R_1+R_2 .

Der Ausgangswiderstand ist wegen der frequenzabhängigen Leerlaufverstärkung ebenfalls ausgeprägt frequenzabhängig. Der nominale Ausgangswiderstand wird etwa um den Faktor der Leerlaufverstärkung reduziert. Praxiswerte liegen im m Ω - bis Ω -Bereich.

Begriffe zum Operationsverstärker

r_{ge} Gegentakteingangswiderstand oder Differenzeingangswiderstand
Widerstand zwischen den (+,-) Eingängen. Er liegt bei OpAmp mit Bipolareingängen typisch im M Ω -Bereich. Bei OpAmp mit FET-Eingängen liegt er im G Ω -Bereich.

r_{gl} Gleichtakteingangswiderstand
Er wird bei zusammengeschalteten (+,-)-Eingängen gegen Masse gemessen. Er liegt typischerweise im GW-Bereich für Bipolar- wie auch für FET-OpAmp.

r_o Ausgangswiderstand
Er verkörpert den Quellenwiderstand der spannungsgesteuerten Spannungsquelle im Modell und liegt in der Grössenordnung von einigen 10 Ω bis einige 100 Ω . Durch Beschaltung kann der Ausgangswiderstand stark verändert werden. OpAmp mit hohen Ausgangswiderständen können naturgemäss nur kleine Ausgangsströme liefern, unabhängig von der Beschaltung.

Gegenkopplung
Rückkopplung des Ausgangssignals auf den invertierenden Eingang. Dadurch wird die Leerlaufverstärkung gezielt auf die Betriebsverstärkung reduziert. Der Eingangswiderstand steigt, der Ausgangswiderstand wird reduziert. Die Übertragungskennlinie wird linearisiert, d.h. z.B. der Klirrfaktor sinkt.

GBW Verstärkungs-Bandbreiteprodukt
Kenngrösse des Operationsverstärkers, typischerweise im MHz-Bereich.

A_0 DC-Leerlaufverstärkung.
Kenngrösse des Operationsverstärkers, typischerweise im Bereich von 10^4 .. 10^6 .

Anmerkungen

Die Schaltpläne zur Illustration wurden mit iGrafx Designer 8.0 erstellt. Die Symbolbibliothek ESYM2 mit Hinweisen zur Nutzung kann kostenlos von www.krucker.ch/Skripten-Uebungen/Hilfsmittel/esym2.zip bezogen werden.

Alle numerischen Rechnungen wurden mit MathCad 2000 durchgeführt. Dazu wurde eine zusätzliche Bibliothek EE1.MCD mit elektrotechnischen Einheiten und Hilfsfunktionen verwendet. Diese Bibliothek kann mit Beschreibung kostenlos von www.krucker.ch/Skripten-Uebungen/Hilfsmittel bezogen werden.

Gerne nehme ich Hinweise zu erkannten Fehlern entgegen (<mailto:krucker@krucker.ch>).

Weitergehende Auskünfte sind nur in Ausnahmefällen möglich.

Literatur

Ergänzend:

[WAI75] Introduction to Operational Amplifiers Theory and Applications, J. Wait/ L. Huelsman/ G. Korn, McGraw-Hill, 1975, ISBN 0-07-067765-4

[WUP94] Professionelle Schaltungstechnik mit Operationsverstärkern, Horst Wupper, 1994, Franzis Verlag, ISBN 3-7723-6732-1

[FRA97] Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits, S. Franco, WCB/McGraw-Hill 1997, 2. ed., ISBN 0-07-115722-0

Allgemein:

[TIE99] Halbleiter Schaltungstechnik, U. Tietze/ Ch. Schenk, Springer Verlag 1999, 11. Aufl., ISBN 3-540-64192-0

[KRU03-3] Gerhard Krucker, 23.3.2003, Skript Kapitel 2: Operationsverstärker, HTA Bern

(Redigierte Ausgabe vom 22.8.2003)

Formelsammlung

(Benutzte Formeln mit einem Zahlenbeispiel.)

Ein- und Ausgangsimpedanzen beim Operationsverstärker in invertierender und nicht invertierender Grundsaltung

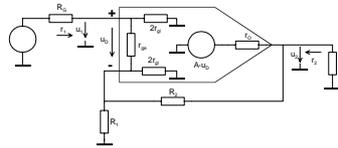
Gerhard Krucker, 18-4-2003

Nicht invertierender Verstärker

Vorgaben:

$$R_1 := 10\text{k}\Omega \quad R_2 := 90\text{k}\Omega \quad A := 10^6 \quad R_L := 1\text{k}\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \text{G}\Omega \quad r_{ge} := 1\text{M}\Omega \quad R_G := 0\text{k}\Omega$$



Eingangswiderstand $r_o := 1\text{k}\Omega$

$$r_1 := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_L \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot (R_1 + R_2)] + r_{ge} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L) + R_L \cdot [(1 + A) \cdot R_1 + R_2]] + 4 \cdot r_{gl} \cdot R_1 \cdot [R_2 \cdot R_L + r_o \cdot (R_2 + R_L)]}$$

$$r_1 = 1.922708 \times 10^9 \Omega$$

$$r_1 := \frac{2 \cdot r_{gl} \cdot [2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + R_2 \cdot R_1 \cdot (r_{ge} + 2 \cdot r_{gl})]}{2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2] + 4 \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot r_{gl} + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + r_{ge} \cdot R_2 \cdot R_1} \quad (r_o=0\Omega) \quad r_1 = 1.9608 \times 10^9 \Omega$$

Ausgangswiderstand $r_o := 100\Omega$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [4 \cdot (r_{gl}^2 + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl}) \cdot [R_G \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2] + 4 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl}^2 \cdot (R_1 + R_2) + (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot R_G]}{4 \cdot r_{gl}^2 \cdot r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + 2 \cdot r_{ge} \cdot r_{gl} \cdot [R_G \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o)] + R_1 \cdot R_G \cdot (r_{ge} + 4 \cdot r_{gl}) \cdot (r_o + R_2) + 4 \cdot r_{gl}^2 \cdot [R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o) + R_1 \cdot (R_2 + r_o)]}$$

$$r_2 = 1.00899431 \times 10^{-3} \Omega$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [R_1 \cdot (R_2 + R_G) + r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_G \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (A + 1) + R_2 + r_o] + R_1 \cdot (R_2 + r_o) + R_G \cdot (R_1 + R_2 + r_o)} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 1.009 \times 10^{-3} \Omega$$

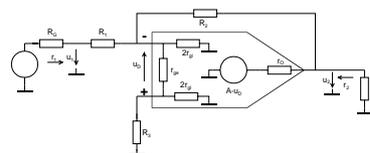
$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 999.99 \times 10^{-6} \Omega$$

Invertierender Verstärker

Vorgaben:

$$R_1 := 10\text{k}\Omega \quad R_2 := 100\text{k}\Omega \quad A := 10^6 \quad R_L := 1\text{k}\Omega$$

$$r_{gl} := 1 \cdot \text{G}\Omega \quad r_{ge} := 1\text{M}\Omega \quad r_o := 1\text{k}\Omega \quad R_3 := 9\text{k}\Omega \quad R_G := 0\text{k}\Omega$$



Eingangswiderstand

$$r_1 := \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (1 + A) + R_L \cdot R_2 + r_o \cdot (R_1 + R_2 + R_L)}{r_o + R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_1 = 10.0002 \times 10^3 \Omega$$

$$r_1 := \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (1 + A) + R_L \cdot R_2}{R_L \cdot (1 + A)} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_1 = 10.0001 \times 10^3 \Omega$$

Ausgangswiderstand $R_1 := R_1 + R_G$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot [r_{ge} \cdot (R_1 + R_2) + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2]}{r_{ge} \cdot [R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o] + R_3 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2} \quad (r_{gl} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 11.1989 \times 10^{-3} \Omega$$

$$r_2 := \frac{r_o \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot (1 + A) + R_2 + r_o} \quad (r_{gl}, r_{ge} \rightarrow \infty) \quad r_2 = 10.9999 \times 10^{-3} \Omega$$